CAP. 2. ELECTROMAGNETISM

2.1. Câmpul magnetic. Inducția magnetică.

Experiența arată că dacă apropiem un ac magnetic de un conductor parcurs de curent electric se constată că acul se deplasează din poziția sa de echilibru, cu atât mai accentuat cu cât distanța față de conductor este mai mică şi cu cât intensitatea curentului din conductor este mai mare. La întreruperea curentului din conductor, acul magnetic revine în poziția sa inițială, adică în direcția magnetismului terestru. Deci, acul magnetic este supus acțiunii unor forțe variabile în spațiu, care durează atâta timp cât durează curentul.

Spunem că în jurul conductorului parcurs de curent electric, unde se manifestă forțe şi momente, există **câmp magnetic**, care depinde de prezența curentului electric.

Aceste forțe acționează atât asupra unor conductoare parcurse de curenți, cât şi asupra altor corpuri magnetizate sau confecționate din fier-nichel, cobalt etc..

Prezența curentului electric este însoțită întotdeauna de câmp magnetic şi invers. Câmpul magnetic ce se află în jurul magneților permanenți este produs, după cum vom vedea mai târziu, de curenții moleculari care se formează prin mişcarea electronilor pe orbitele atomilor, în planuri perpendiculare pe axul magnetului.

Câmpul electric şi *câmpul magnetic* pot fi considerate ca două aspecte diferite ale câmpului electromagnetic, care însoțesc orice deplasare de energie electrică, de-a lungul unui conductor. Pentru a reprezenta grafic intensitatea şi direcția unui câmp magnetic, se utilizează liniile de inducție magnetică sau liniile de câmp magnetic. Se numesc linii de inducție magnetică sau de câmp magnetic, liniile trasate într-un câmp a căror direcție este dată, în fiecare punct, de direcția în care se aşează acul magnetic. Aceste linii se trasează în aşa fel, încât în fiecare punct al spațiului,să fie tangente la direcția acului magnetic din acel punct. S-a convenit a se lua ca sens pozitiv al câmpului magnetic, sensul în care se deplasează vârful nord al acului magnetic, aflat în câmp.

Liniile de câmp magnetic ale câmpului produs de un magnet permanent sunt reprezentate în fig. 2.1. Ele ies din polul nord şi intră în polul sud. În fig. 2.2 sunt reprezentate liniile de câmp magnetic ale unui conductor rectiliniu şi parcurs de curent electric. Acestea sunt cercuri concentrice, cu centrul pe axul conductorului, aflate într-un plan perpendicular pe conductor .

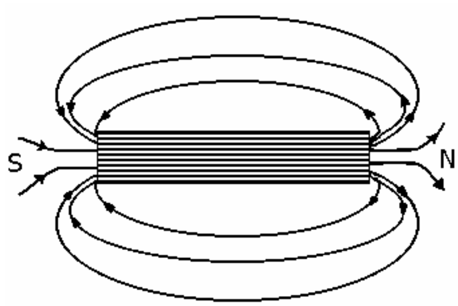

Fig. 2.1

Liniile de câmp magnetic ale unei bobine (solenoid) parcursă de curent electric sunt prezentate în fig. 2.3.

Liniile de câmp magnetic sunt întotdeauna linii închise, lipsite de început şi sfârşit, spre deosebire de cele de câmp electric care nu sunt închise (acestea pornesc din sarcinile electrice pozitive şi se termină în sarcinile negative). Experimental, se dovedeşte că, odată cu schimbarea sensului curentului prin conductor se schimbă şi sensul liniilor de câmp. Legătura dintre sensul curentului şi sensul liniilor de câmp magnetic este dată de regula burghiului sau a tirbuşonului, care se enunță în felul următor: dacă se învârte burghiul (sau tirbuşonul), în aşa fel încât să înainteze în direcția şi sensul curentului, atunci sensul de rotație a burghiului (sau a tirbuşonului) va indica sensul liniilor de câmp magnetic. Dacă cunoaştem sensul liniilor de câmp, putem determina sensul curentului în conductor.

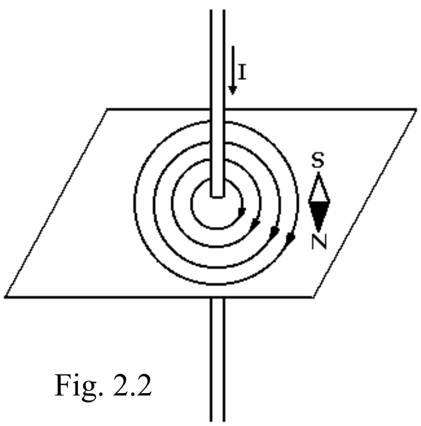

Fig. 2.2

Câmpul magnetic într-un punct dat, este caracterizat printr-o mărime direcțională numită **inducția câmpului magnetic,** $\overline{B}$. Inducția câmpului magnetic poate fi determinată fie prin

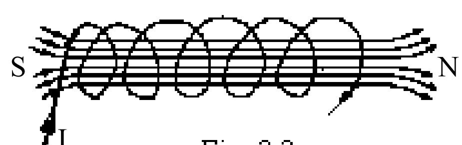

Fig. 2.3

forța mecanică cu care câmpul magnetic acționează asupra unui curent electric, fie prin t.e.m. indusă într-un conductor care se mişcă în câmpul magnetic.

Numim câmp magnetic omogen, acel câmp care în orice punct al său, are aceeaşi inducție magnetică (mărime, direcție şi sens). Un câmp magnetic acționează asupra unui conductor rectiliniu de lungime l, parcurs de curentul I, cu o forță electromagnetică $\overline{F}$. Această forță este direct proporțională cu inducția câmpului magnetic, cu lungimea conductorului aflat în câmpul magnetic, cu sinusul unghiului dintre direcțiile curentului şi direcția câmpului şi nu depinde de materialul şi secțiunea conductorului. Direcția forței $\overline{F}$ este totdeauna normală pe planul determinat de direcția curentului şi direcția câmpului magnetic. Forța F este dată de relația:

$$F = B \times I \times l \times sin \sphericalangle(\bar{l},\overline{B}) \qquad \text{sau} \qquad \overline{F} = I\left(\bar{l} \times \overline{B}\right) \qquad (2.1)$$

în care $\overline{B}$ este inducția câmpului magnetic, care caracterizează câmpul magnetic. Sensul forței $\overline{F}$ este dat de regula mâinii stângi, care se enunță astfel: se aşează palma mâinii stângi în aşa fel încât liniile de câmp magnetic să intre în palmă, iar cele patru degete alăturate îndreptate după direcția curentului, degetul mare depărtat la 90^o, indică direcția şi sensul forței.

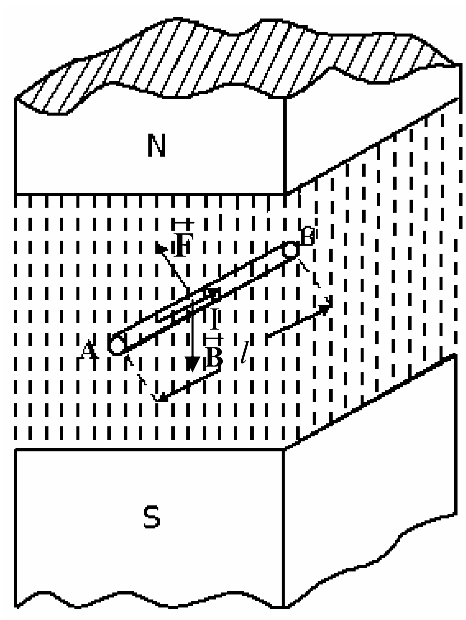

Fig.2.4

În fig. 2.4 este reprezentat un câmp magnetic omogen, dat de doi poli magnetici, în care se află un conductor de lungime l şi străbătut de curentul I. Aplicând regula mâinii stângi găsim direcția şi sensul forței $\overline{F}$ la care este supus conductorul. Dacă se inversează sensul curentului în conductor şi se menține sensul câmpului magnetic, forța $\overline{F}$ își va schimba sensul. Acelaşi lucru se obține dacă se menține sensul curentului şi se inversează sensul câmpului magnetic. Dacă însă se schimbă şi sensul curentului şi sensul câmpului magnetic, direcția şi sensul forței vor rămâne neschimbate.

Această forță la care este supus un conductor străbătut de un curent electric, aflat într-un câmp magnetic, se numeşte ***forță electromagnetică*** ***sau*** ***forță laplaceană.***

Când direcția inducției câmpului magnetic este perpendiculară pe direcția curentului electric relația forței devine:

$$F = B \cdot I \cdot l \qquad (2.2)$$

Relația (2.2) permite definirea inducției magnetice şi stabilirea unității de măsură. Astfel $B = F / I \cdot l$. Deci, inducția magnetică poate fi considerată ca fiind egală cu valoarea forței cu care acționează câmpul magnetic asupra unui conductor prin care circulă un curent de 1 A, cu lungimea de 1 m. Mărimea inducției magnetice în sistemul internațional are ca unitate de măsură $V \cdot \sec/m^2$ sau weber/m^2, adică:

$$|B| = \frac{|F|}{|I \cdot l|} = \left[\frac{N}{A \cdot m}\right] = \left[\frac{J}{A \cdot m^2}\right] = \left[\frac{VgAgsec}{A \cdot m^2}\right] = \left[\frac{Vgsec}{m^2}\right]$$

însă 1V·1sec=1weber (prescurtat W_b) şi deci inducția câmpului magnetic se măsoară în W_b/m^2 (Tesla). Inducția se mai măsoară şi în gauss (un gauss $=10^{-4}$ W_b/m^2).

Forța care acționează asupra unui conductor oarecare parcurs de curent, poate fi descompusă în forțe elementare $d\overline{F}$. Relația (2.1) se scrie sub forma:

$$\overline{dF} = I(\overline{dl} \text{x} \overline{B}) = I\overline{dl} \text{x} \overline{B}$$

Această forță elementară acționează asupra elementelor distincte de curent I d*l*. Forța care acționează asupra unui circuit închis, prin care trece un curent, poate fi exprimată prin relația:

$$\overline{F} = I \oint (\overline{dl} \text{x} \overline{B}) \qquad (2.3)$$

Un circuit închis mai poate fi supus din partea unui câmp magnetic şi unui moment de rotație, care poate fi calculat cu uşurință în funcție de forța laplaciană. Se demonstrează astfel că momentul cuplului care tinde să rotească un cadru, este dat de relația:

$$\overline{M} = \overline{p} \text{ x } \overline{B} \qquad (2.4)$$

unde $\overline{p} = I\overline{S}$ este momentul magnetic, S (aria cadranului) fiind modulul lui $\overline{S}$ orientat în sensul câmpului magnetic al curentului din cadru.

2.2. Intensitatea câmpului magnetic

Inducția câmpului magnetic depinde de proprietățile fizice ale mediului, de poziția curenților electrici şi de mărimea curenților care dau naştere câmpului magnetic. Experiența arată că într-un mediu omogen, în jurul unui conductor rectiliniu parcurs de un curent electric, se formează un câmp magnetic circular. Inducția câmpului magnetic a unui asemenea curent într-un punct M situat la distanta r este proporțională cu intensitatea curentului şi invers proporțională cu distanța de la conductor (vezi fig.2.5 şi relația 2.5). Tot pe cale experimentală s-a dovedit că în interiorul unei bobine de lungime l se formează un câmp magnetic omogen, a cărui direcție este paralelă cu axa bobinei. Inducția magnetică a unui asemenea câmp este proporțională cu intensitatea curentului şi cu

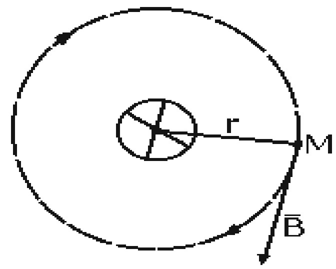

Fig. 2.5

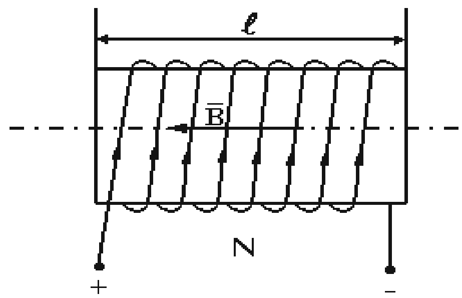

Fig. 2.6

numărul N de spire pe unitate de lungime considerată de-a lungul axei solenoidului (vezi fig.2.6 şi relația 2.6).

$$B = \mu \frac{I}{2\pi \cdot r} \qquad (2.5)$$

$$B = \mu \frac{NI}{l} \qquad (2.6)$$

Relațiile (2.5) şi (2.6) se pot demonstra aplicând legea lui Biot-Savart sau legea fundamentala a circuitelor magnetice. În relațiile (2.5) şi (2.6) apare coeficientul de proporționalitate μ, numit ***permeabilitatea magnetica a mediului*** în care se stabileşte câmpul magnetic. ***Permeabilitatea magnetică relativă*** se defineşte ca fiind raportul dintre inducția câmpului magnetic în acel mediu într-un punct M situat la distanta r față de axa conductorului şi inducția câmpului magnetic în vid sau aer, produs de acelaşi curent şi în acelaşi punct, adică:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \qquad (2.7)$$

La majoritatea materialelor, în afara celor feromagnetice şi ferimagnetice, permeabilitatea magnetică diferă foarte puțin față de μ_0 (permeabilitatea magnetică a mediului vid sau aer), fapt pentru care, în calculele practice se poate lua $\mu \cong \mu_0$, adică μ_r=1.

Din relația: B= $\mu_0 \frac{NI}{l}$ se poate deduce unitatea de măsură a permeabilității câmpului magnetic şi anume:

$$[\mu_o] = \frac{[B]\cdot[l]}{[I]} = \left[\frac{V\cdot S}{m^2}\cdot\frac{m}{A}\right] = \left[\frac{\Omega\cdot S}{m}\right]$$

însă: 1Ω.1s = 1 henry (H) şi deci: $[\mu_o] = [H/m]$

În sistemul internațional, valoarea permeabilității magnetice a mediului vid sau aer este $\mu_o = 4\pi\cdot10^{-7}\, H/m.$

Se defineşte ***intensitate de câmp magnetic*** (H) raportul dintre inducția magnetică într-un punct şi permeabilitatea magnetică a mediului din acel punct şi este o mărime vectorială.

Deci se poate scrie relația:

$$\overline{H} = \frac{\overline{B}}{\mu} \text{ sau } \overline{B} = \mu\overline{H} \qquad (2.8)$$

În cazul unui conductor rectiliniu străbătut de un curent I, intensitatea câmpului magnetic va fi:

$$H = \frac{B}{\mu_o} = \frac{I}{2\pi\cdot r} \qquad (2.9)$$

In interiorul unei bobine, de lungime l, intensitatea câmpului magnetic este dată de relația:

$$H = \frac{NI}{l} \qquad (2.10)$$

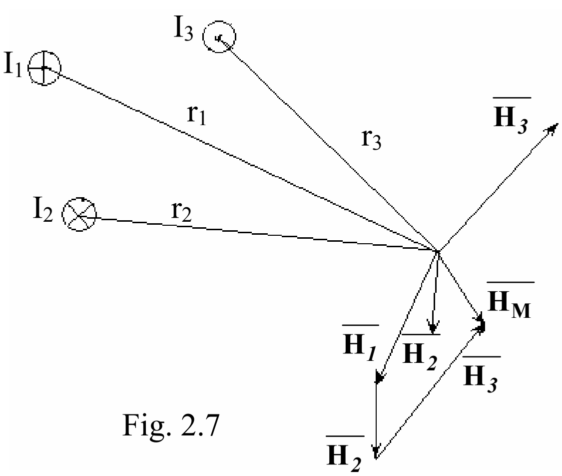

Fig. 2.7

în care N/l reprezintă numărul de spire pe unitatea de lungime. Din relația (2.10) rezultă că unitatea de măsură pentru intensitatea câmpului magnetic, în sistemul internațional este amper/metru (A/m).

De remarcat este faptul că în cazul unui câmp magnetic produs de mai mulți curenți, într-un punct M intensitatea câmpului magnetic se obține făcând o sumă vectorială a intensităților câmpurilor magnetice produse de fiecare $\overline{H}_M = \overline{H}_1 + \overline{H}_2 + \overline{H}_3$ curent în parte, fig.2.7.

2.3. Fluxul magnetic

Fie o suprafață S mărginită de un contur, fig. 2.8. Fluxul magnetic printr-o suprafață S, reprezintă totalitatea liniilor de câmp magnetic ce străbat acea suprafață. Fluxul magnetic Φ, este dat de relația (2.11).

$$\Phi = \int_S B\, ds \cos\beta = \int_S \overline{B} \cdot \overline{ds} \qquad (2.11)$$

Fluxului elementar care străbate elementul de suprafață ***ds*** este:

$$d\Phi = \overline{B} \cdot \overline{ds} \qquad (2.12)$$

Dacă inducția câmpului magnetic este perpendiculară pe elementul de H suprafață ***ds***, atunci se poate scrie:

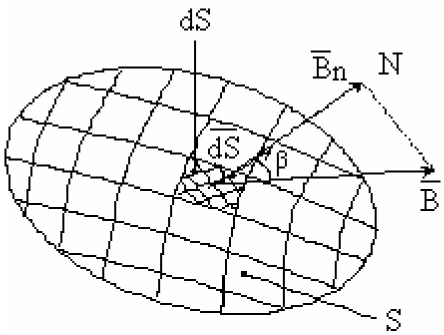

Fig. 2.8

$$B = \frac{d\Phi}{ds} \qquad (2.13)$$

adică inducția câmpului magnetic reprezintă densitatea de flux magnetic al câmpului magnetic.

Unitatea de măsură pentru fluxul magnetic în sistemul internațional este Weberul (Wb).

Întrucât liniile de câmp magnetic sunt linii închise, fluxul magnetic care trece prin orice suprafață închisă este întotdeauna egal cu zero ($\oint \overline{B} \cdot \overline{ds} = 0$).

Dacă câmpul magnetic este produs de mai mulți curenți, care pot aparține unor circuite diferite, atunci fluxul magnetic din interiorul unui contur oarecare, închis, este egal cu suma algebrică a fluxurilor produse de curenții distincți, în interiorul acelui contur, adică:

$$\Phi = \int_S \overline{B} \cdot \overline{ds} = \int_S \left(\overline{B}_1 + \overline{B}_2 + \overline{B}_3 + \ldots + \overline{B}_n\right) \cdot \overline{ds} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \ldots + \Phi_n \qquad (2.14)$$

2.4. Magnetizarea substanțelor (corpurilor)

Dacă un corp aflat într-un câmp magnetic este supus unor forțe sau cupluri, fără ca el să fie parcurs de curent electric, spunem că acesta se află în **stare de magnetizare.**

Starea de magnetizare poate fi **permanentă** sau **temporară**, stări care pot fi separate sau concomitente la un corp. Starea de magnetizare permanentă se întâlneşte la magneții permanenți şi nu este dependentă de existența câmpurilor exterioare. Starea de magnetizare temporară depinde de inducția câmpului magnetic exterior.

Experiența arată că dacă un circuit străbătut de curent electric se află într-o substanță, sau în apropierea unor corpuri oarecare, câmpul magnetic produs de aceasta în substanță, va fi diferit de cel produs în aer sau în vid. Această se datorează apariției în substanță a unei anumite orientări a curenților electrici elementari intermoleculari şi interatomici, sub acțiunea câmpului magnetic exterior.

Curenți elementari există în interiorul oricărei substanțe chiar şi atunci când nu există câmp magnetic exterior. Aceşti curenți sunt datorați mişcării electronilor pe orbitele atomilor cât şi prin rotirea lor în jurul propriilor axe. Dacă orientările acestor curenți nu sunt ordonate, din punct de vedere macroscopic, ei nu produc câmp magnetic. Sub acțiunea unui câmp magnetic exterior, curenții elementari ai unei substanțe se orientează într-o măsură oarecare şi produc un câmp magnetic suplimentar, care suprapunându-se peste câmpul exterior îl modifică.

Există substanțe care prin magnetizare produc o intensificare a câmpului magnetic exterior, numite substanțe **paramagnetice** şi altele, care produc o reducere a câmpului exterior, numite substanțe **diamagnetice.** Din categoria substanțelor paramagnetice există o categorie de substanțe, numite substanțe **magnetice** (feromagnetice şi ferimagnetice), care au o influență puternică asupra câmpului magnetic exterior.

Inducția magnetică în vid sau în aer, a unui câmp magnetic, este dată de relația:

$$\overline{\mathbf{B}} = \mu_0 \cdot \overline{\mathbf{H}}. \tag{2.15}$$

In substanță, acelaşi câmp magnetic are inducția magnetică

$$\overline{\mathbf{B}} = \mu_0 \overline{\mathbf{H}} + \overline{\mathbf{B}_s} \tag{2.16}$$

Deci, în substanță, inducția câmpului magnetic este suplimentată cu o inducție suplimentară $\overline{B_s}$, a câmpului magnetic suplimentar produs de curenții electrici elementari din substanța respectivă, orientați de câmpul exterior inițial.

Inducția câmpului suplimentar are relația:

$$\overline{B_s} = \mu_0 \cdot \overline{\mathrm{M}_t} \tag{2.17}$$

unde M_t se poartă denumirea de magnetizare temporară.

Magnetizarea depinde de intensitatea câmpului magnetic, de proprietățile materialului şi de temperatură. Ea se calculează cu formula:

$$\overline{\mathbf{M}_t} = \chi_m \overline{\mathbf{H}} \tag{2.18}$$

unde χ_m se numeşte susceptibilitate magnetică.

Relația (2.18) reprezintă **<u>legea magnetizației temporare</u>**. Inducția magnetică totală în substanță este:

$$\overline{B} = \mu_0 \overline{H} + \mu_0 \chi_m \overline{H} \tag{2.19}$$

sau $$\overline{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \overline{H} = \mu_0 \mu_r \times \overline{H} = \mu \times \overline{H} \tag{2.20}$$

unde $\mu_r = 1 + \chi$, se numeşte permeabilitate magnetică relativă.

Pentru substanțele paramagnetice $\mu > \mu_0$ şi $\chi > 0$ iar pentru substanțele diamagnetice $\mu < \mu_0$ şi $\chi < 0$. O grupă specială o formează substanțele feromagnetice şi ferimagnetice, care se caracterizează printr-o permeabilitate magnetică mult mai mare decât permeabilitatea magnetică a mediului vid. În acest caz mărimea μ depinde de intensitatea câmpului magnetic şi de stările magnetice anterioare.

Inducția magnetică în substanțele feromagnetice, pentru aceeaşi valoare a intensității câmpului, poate avea valori diferite întrucât depinde de stările magnetice anterioare ale materialului. De aceea, pentru că mărimea $\mu = \vec{B} / \vec{H}$ să poată servi drept caracteristică a proprietăților magnetice ale materialelor feromagnetice, este necesar să se precizeze exact metoda de determinare a acestei caracteristici.

<u>Să examinăm procesul de magnetizare a substanțelor feromagnetice</u>. Să presupunem că inițial substanța a fost complet demagnetizată, adică în spațiul exterior nu s-a constatat existența câmpului curenților elementari. Când creşte intensitatea câmpului exterior, inducția creşte la început repede (fig.2.9), deoarece curenții elementari se orientează astfel încât fluxurile lor magnetice, se adaugă fluxului exterior. La valori mari ale lui H, viteza de creştere a inducției câmpului magnetic scade. Starea magnetică a substanței se apropie de saturație. Totodată, aproape toți curenții elementari sunt astfel orientați încât câmpurile lor magnetice coincid ca direcție cu câmpul exterior. Aceasta curbă care ne dă creşterea inducției magnetice în funcție de intensitatea câmpului,

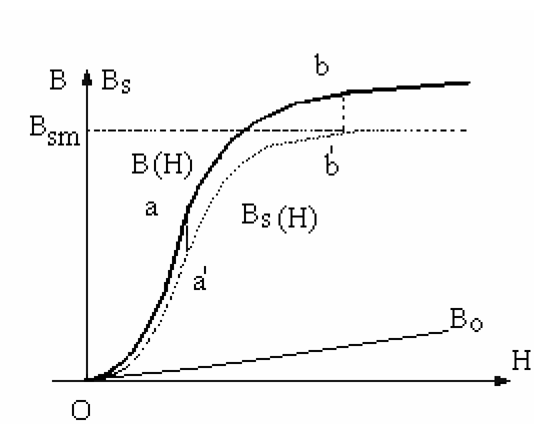

Fig.2.9

poartă numele de <u>*curbă de primă magnetizare*</u>. Variația vectorului magnetizării în funcție de H are aspectul curbei din fig.2.9 (curba trasată punctat). Variația inducției câmpului magnetic exterior în funcție de H, adică $B_0=\mu_0 \cdot H$ reprezintă o dreaptă ce trece prin origine. Adunând la ordonatele curbei $B_s(H)$, ordonatele dreptei B_0, obținem curba de primă magnetizare B(H).

Curba de primă magnetizare cuprinde trei porțiuni caracteristice: o porțiune Oa, în care inducția magnetică creşte aproape proporțional cu H şi curba se prezintă practic ca o linie dreaptă; porțiunea ab, unde creşterea inducției scade din ce în ce mai mult cu creşterea câmpului şi curba are o formă oarecum rotundă (cotul curbei); porțiunea de dincolo de punctul b, în care creşterea inducției B în funcție de H devine practic din nou liniară. Această din urmă porțiune corespunde regimului de saturație magnetic a materialului când inducția suplimentară B_s a atins valoarea limită $B_{sat.}$ Fiecare material feromagnetic are o curbă caracteristică de magnetizare.

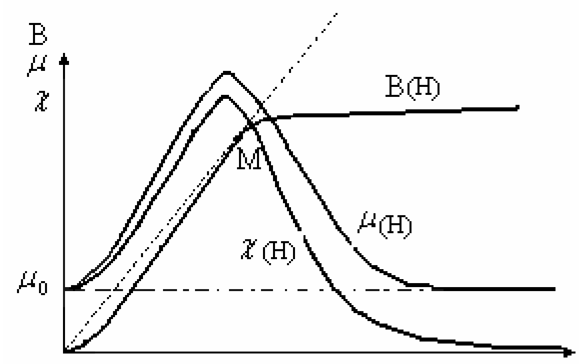

Fig.2.10

În fig. 2.10 se reprezintă variația permeabilității şi susceptibilității magnetice, în lungul curbei de primă magnetizare. Maximele corespund cu punctul M în care tangenta la curba de magnetizare trece prin origine, iar valorile asimptotice finale se referă la domeniul de saturație. În acest domeniu, susceptibilitatea magnetică χ tinde către zero, iar permeabilitatea magnetică către valoarea μ_0 .

Permeabilitatea materialelor feromagnetice scade cu creşterea temperaturii, ajungând la valoarea zero pentru temperaturi cuprinse între $700 \div 900^0C$, pentru fier moale, $500 \div 700^0C$ pentru oțel şi $250 \div 300^0C$ pentru nichel.

2.5. Fenomenul de histerezis

Dacă o bucată de fier, neutră din punct de vedere magnetic, este supusă unui câmp magnetic exterior a cărui intensitate variază de la zero la o valoare oarecare H_m, inducţia câmpului magnetic variază (curba de primă magnetizare 1 a materialului respectiv) de la zero la valoarea B_m (fig.2.11). Dacă H se scade de H_m până la zero, inducţia magnetică se micşorează, însă nu după aceeaşi curbă ci după curba 3, situată deasupra curbei de magnetizare iniţială. Se observă că pentru aceleaşi valori ale intensităţii câmpului magnetic luate în sens invers, avem valori mai mari ale inducţiei magnetice. În punctul O, deşi H = 0 , inducţia câmpului magnetic nu se anulează ci se păstrează la o valoare oarecare B_r, egală cu ordonata OC. Pentru a demagnetiza bucata de fier, adică pentru a o face să-şi piardă complet magnetismul, trebuie s-o supunem unui câmp negativ, OD, numit câmp coercitiv ($-H_c$). Pentru acest câmp negativ B=0. Dacă continuăm să supunem acum bucata de fier unui câmp negativ din ce în ce mai puternic, inducţia scade sub zero, devine negativă şi creşte apoi în valoare negativă după curba DA'. În A' s-a atins punctul de saturaţie maximă negativă, pentru valoarea negativă $–H_m$ a câmpului. In acest caz inducţia este $-B_m$. Dacă micşorăm acum valorile negative ale câmpului, inducţia se deplasează pe ramura A'E, atingând valoarea corespunzătoare ordonatei OE pentru un câmp egal cu zero. Aici avem un magnetism remanent negativ $–B_r$, deci cu polii inversaţi faţă de cel precedent. Pentru a anula acest magnetism remanent, avem nevoie de un câmp coercitiv OF. Continuând mai departe creşterea lui H, ajungem din nou în punctul A. După cum se vede, inducţia rămâne mereu în urma câmpului care o produce şi din această cauză curba închisă ACDA'EFA poartă numele de **ciclu de histerezis.**

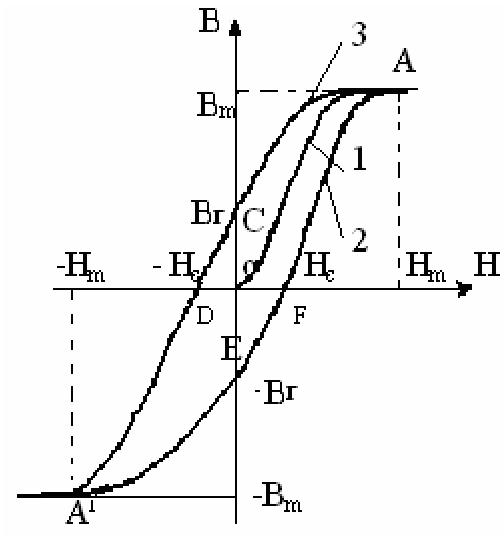

Fig.2.11

Dacă repetăm variaţia câmpului între aceleaşi limite H_m şi $-H_m$, valoarea inducţiei câmpului magnetic va urma exact acelaşi contur. Curbele de histerezis au forme diferite, după compoziţia materialelor feromagnetice întrebuinţate. Utilizările industriale cer anumite tipuri de curbă de histerezis, deci anumite materiale feromagnetice. Din acest punct de vedere se disting materiale magnetice moi, caracterizate printr-un câmp coercitiv mic şi materiale magnetice tari, având un câmp coercitiv mare. Din prima categorie fac parte: fierul moale, otelul foarte dur, aliajele din fier şi nichel (în special aliajul permaloi, care conține 75%Ni) etc..

Din a doua categorie fac parte oțelurile speciale (de exemplu aliajul 65% Fe, 25%Ni şi 10% Al).

Demagnetizarea şi remagnetizarea unui material feromagnetic, necesită un anumit consum de energie care apare sub formă de căldură în masa materialului. Se poate demonstra că suprafața închisă de curba de histerezis este direct proporțională cu energia pierdută în fier pentru un ciclu histerezis, adică pentru o variație a câmpului magnetic de la valoarea maximă pozitivă la valoarea maximă negativă şi înapoi la valoarea maximă pozitivă.

Prin însuşi principiul de funcționare al maşinilor electrice, miezul de fier (care constituie circuitul lor magnetic) este supus unor magnetizări alternative foarte dese. Din această cauză în miezul acestor maşini se produc pierderi de energie datorită fenomenului de histerezis, cu atât mai mari cu cât se schimbă mai des sensul câmpului într-un interval de timp dat, adică cu cât se repetă mai des ciclul de histerezis. Aceste pierderi de energie mai depind de inducția maximă, de calitatea şi compoziția fierului. Asemenea circuite magnetice, pentru a avea pierderi de energie cât mai mici, se fac din materiale magnetice de tip moale, cu o suprafață de histerezis cât mai redusă.

Pentru calculul puterii pierdute prin fenomenul de histerezis, se utilizează următoarea formulă empirică:

$$P_H = \sigma_H \frac{f}{100} B_{max}^2 \text{ (W/Kg)} \tag{2.21}$$

în care: B_{max} este valoarea maximă a inducției magnetice (în Tesla), produsă la magnetizarea miezului prin curentul de magnetizare, f este frecvența acestui curent şi σ_H este un coeficient care depinde de natura şi calitatea materialului magnetic utilizat (la oțel electrotehnic $\sigma_H = 2{,}4 \div 3$).

Materialele magnetice de tip „tare" sunt întrebuințate la fabricarea magneților permanenți.

2.6. Legea fundamentală a circuitului magnetic (legea curentului total)

Fie un contur <u>închis</u> τ, ce delimitează o suprafață traversată de trei conductoare parcurse de curenții electrici I_1 , I_2 şi I_3, fig. 2.12. Fiecare din cei trei curenți va produce în spațiul înconjurător câte un câmp magnetic rezultant. Câmpul magnetic rezultant variază ca mărime, direcţie şi sens de la un punct la altul .

Numim <u>curent total</u> suma algebrică a curenţilor care străbat suprafaţa mărginită de contur închis τ. Semnul curenţilor se stabileşte cu ajutorul unui burghiu drept astfel: se ia un anumit sens de parcurgere al conturului; se aşeză burghiul pe suprafaţa conturului şi se roteşte în sensul de parcurgere al conturului. Curenţii care străbat suprafaţa conturului în sensul de înaintare al burghiului se consideră pozitivi iar ceilalţi negativi.

Dacă pentru conturul închis ales, fig.2.12, se ia ca sens de parcurgere sensul acelor de ceasornic, curenţii I_1 şi I_3 sunt pozitivi, iar curentul I_2 este negativ. Curentul total va fi : $I_t = I_1 - I_2 + I_3$.
Intensitatea câmpul magnetic rezultant se obţine cu relaţia $\overline{\mathbf{H}}_{\mathbf{M}} = \overline{\mathbf{H}}_{1} + \overline{\mathbf{H}}_{2} + \overline{\mathbf{H}}_{3}$.

Separăm pe contur un element de lungime dl situat în punctul A în care vectorul intensităţii câmpului magnetic rezultant $\overline{H}$ face cu direcţia elementului $\overline{dl}$ un unghi α (sensul pozitiv al direcţiei elementului dl se ia în sensul de parcurgere al conturului).

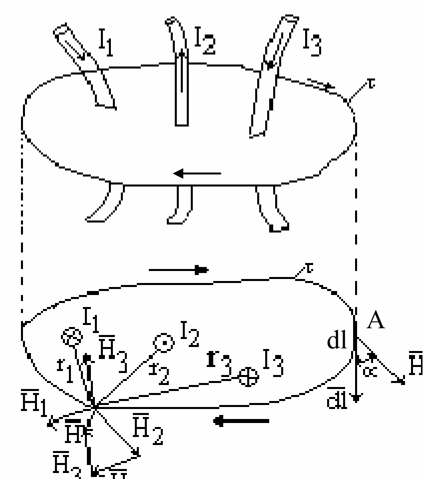

Fig.2.12

Conform legii fundamentale a circuitului magnetic sau legii curentului total, integrala de linie pe conturul închis a produsului scalar $\overline{H} \cdot \overline{dl}$ este egală cu curentul total, adică:

$$\oint_c \overline{H} \cdot \overline{dl} = I_t \tag{2.22}$$

sau

$$\oint_c H \cdot dl \cos\alpha = I_t \tag{2.23}$$

Integrala de linie a vectorului intensităţii câmpului magnetic dea lungul unui contur închis oarecare este numită <u>**tensiune magnetomotoare**</u> (prescurtat t.m.m.), care se notează de obicei cu litera $\Im$. Noţiunea de t.m.m. poate fi aplicată şi la o porţiune de linie de la punctul A pană la punctul B. În acest caz avem:

$$\Im_{AB} = \int_A^B \overline{H} \cdot \overline{dl} \tag{2.24}$$

Unitatea de măsură pentru t.m.m. în sistemul internaţional este amperul. Folosind noţiunea de t.m.m. putem da intensităţii câmpului magnetic următoarea interpretare: intensitatea câmpului magnetic este numeric egală cu t.m.m. care revine pe unitatea de lungime în sensul liniei intensității câmpului, adică $H = \frac{d\Im}{dl}$. Dacă conturul ales pentru integrare coincide cu o linie de câmp magnetic, unghiul α este zero, se obține:

$$\oint_\tau \overline{H} \cdot \overline{dl} = \oint H \cdot dl = I_t$$

iar când H = const. de-a lungul conturului, atunci:

$$\oint_\tau H \cdot dl = H \oint dl = I_t$$

Aplicații. Să se determine intensitatea câmpului magnetic dat de un conductor rectiliniu parcurs de un curent electric (fig.2.13), într-un punct M situat la distanța r față de axul conductorului. Liniile de câmp magnetic reprezintă cercuri concentrice cu axul conductorului. De-a lungul fiecăruia dintre aceste cercuri intensitatea câmpului magnetic este constantă. Considerând cercul de rază **r** ce trece prin punctul M şi aplicând legea circuitului magnetic asupra acestui contur închis, găsim:

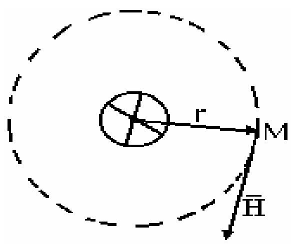

Fig.2.13

$$\oint_\tau \overline{H} \cdot \overline{dl} = H \cdot \oint dl = H \cdot 2\pi r = I$$

deci: $H = \frac{I}{2\pi r}$. (2.25)

Câmpul magnetic există şi în interiorul conductorului, însă în cazul acesta liniile de câmp magnetic îmbrățişează numai o parte din curentul total din conductor. În cazul curentului continuu, densitatea de curent, fiind aceeaşi în toate punctele secțiunii, este dată de relația:

$$J = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi R^2} \qquad (2.26)$$

R fiind raza conductorului de secțiune circulară.

Să calculăm acum intensitatea câmpului magnetic într-un punct M situat la distanța r față de axul conductorului, r < R. Alegem conturul închis tot o linie de câmp magnetic ce trece prin M şi aplicăm legea circuitului magnetic. Vom avea:

$$\int_\tau H \cdot dl = H \oint_\tau dl = H2\pi r = \pi r^2 J$$

De unde: $H = \frac{\pi r^2 J}{2\pi r} = \frac{r}{2} J$,

sau $H = \frac{r}{2} \cdot \frac{I}{\pi R^2}$ (2.27)

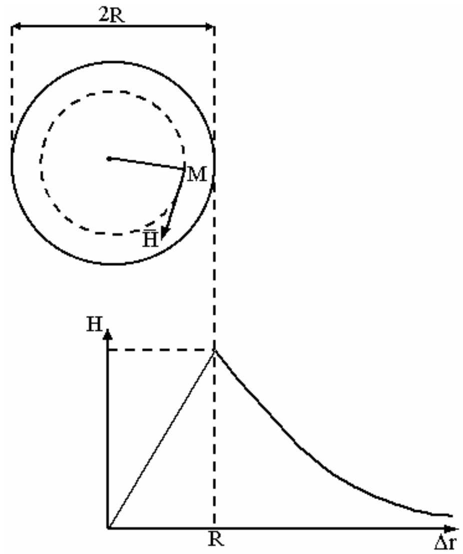

Fig.2.14

În fig.2.14 este reprezentată grafic variația intensității câmpului magnetic în funcție de distanță, pentru r<R si r>R.

Să calculăm intensitatea câmpului magnetic în miezul de fier a unui tor (bobină inelară), cu secțiunea constantă având N spire (fig.2.15). Aplicând legea fundamentală a circuitului magnetic asupra conturului închis, considerat ca fiind cercul de diametru mediu d_m, care reprezintă şi linia de câmp magnetic de lungime medie, avem: $H\oint_{\tau} dl = H\pi d_m = NI$. De unde: H= $\frac{NI}{\pi d_m}$ sau H= $\frac{NI}{l}$, l fiind lungimea cercului de rază $d_m/2$.

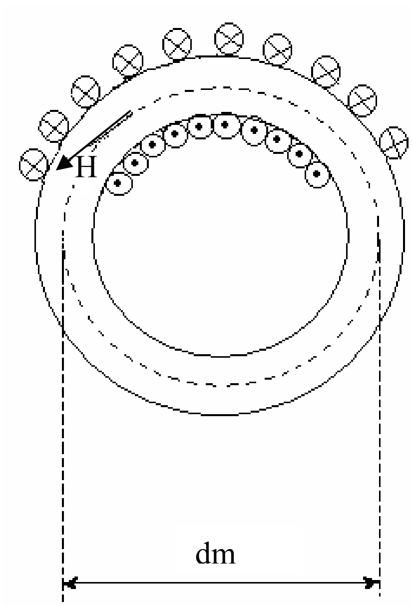

Fig.2.15

Intensitatea câmpului magnetic H în toate punctele aflate pe linia de câmp magnetic de lungime medie are aceeaşi valoare. Produsul NI reprezintă t.m.m. şi deci se poate defini intensitatea câmpului magnetic în interiorul bobinei inelare ca fiind egală cu t.m.m. pe unitatea de lungime a bobinei. Din această cauză intensitatea câmpului magnetic într-un punct oarecare A, situat pe linia axei (fig.2.16) poate fi exprimată prin raportul între t.m.m. N'I dintr-o porțiune *l'* a arcului şi lungimea acestei porțiuni de arc, adică:

$$H = \frac{N'I}{l'}.$$

Bobina dreaptă (fig 2.17) se poate considera ca o porțiune dintr-o bobină inelară cu o rază infinit de mare, la care spirele sunt distribuite numai pe o porțiune a miezului şi a cărei lungime este egală cu lungimea bobinei. De aceea, intensitatea câmpului magnetic pe axa bobinei, în centrul unei asemenea bobine, se poate calcula cu aceeaşi formulă: $H = \frac{NI}{l}$. Aceste formule sunt, însă, aproximative. Ele se pot aplica la determinarea lui H în interiorul bobinelor numai în cazul când lungimea lor este mare în comparație cu diametrul lor.

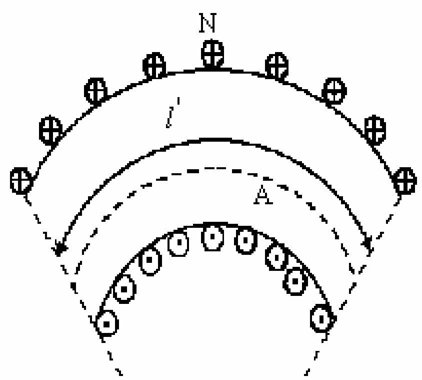

Fig.2.16

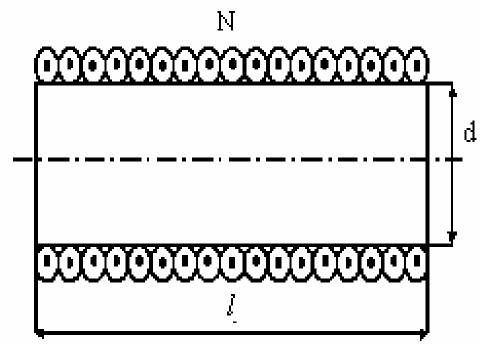

Fig.2.17

Cunoscând intensitatea câmpului magnetic, se poate calcula şi inducția câmpului magnetic cu formula:

$$B = \mu \frac{NI}{l} \qquad (2.28)$$

Considerând că valoarea inducției magnetice a unei bobine inelare pe linia axială este egală cu valoarea ei medie, se poate determina fluxul magnetic al bobinei,

$$\Phi = B \cdot S = \mu \frac{NIS}{l}$$

sau

$$\Phi = \frac{NI}{\frac{l}{\mu S}} = \frac{NI}{\Re} \qquad (2.29)$$

unde: $\Re = \frac{l}{\mu S}$ este reluctanța circuitului magnetic. Aşadar vom numi circuit magnetic un ansamblu de medii prin care se închid liniile de câmp magnetic.

Relația:

$$\Phi = \frac{NI}{\Re} = \frac{\Im}{\Re} \qquad (2.30)$$

fiind analogă legii lui Ohm pentru circuitul electric, reprezintă **<u>legea lui Ohm pentru un circuit magnetic.</u>**

Printr-un circuit magnetic fără bifurcaţii, fluxul magnetic rămâne neschimbat, indiferent dacă secţiunea se modifică sau nu, în schimb inducţia câmpului magnetic depinde de secţiune. Considerând acum că, diferitele porţiuni de circuite magnetice diferă atât prin secţiune, lungime cât şi prin permeabilitate (fig.2.18), vom avea:

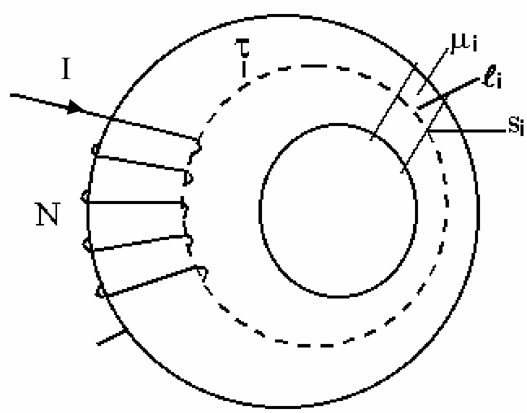

Fig.2.18

$B_i = \frac{\phi}{S_i}$ şi $H_i = \frac{B_i}{\mu_i} = \frac{\phi}{S_i \mu_i}$

Pentru un element de lungime în care considerăm inducţia magnetică constantă vom avea, aplicând legea circuitului magnetic:

$$\oint_{\tau} \overline{H} \cdot d\bar{l} = \sum_{i=1}^{n} H_i l_i = NI$$

sau $$\sum_{i=1}^{n} \phi \frac{l_i}{S_i \mu_i} = NI$$

De unde:

$$\phi = \frac{NI}{\sum\limits_{i=l}^{i=n} \frac{l_i}{\mu_i S_i}} = \frac{\Im}{\Re} \qquad (2.31)$$

Reluctanţa circuitului magnetic, compus din mai multe elemente distincte, străbătute de acelaşi flux magnetic legate în serie este egală cu suma reluctanţelor fiecărui element în parte.

$$\Re = \sum_{i=l}^{i=n} \frac{l_i}{\mu_i S_i} \qquad (2.32)$$

2.7. Circuite magnetice

Un circuit magnetic reprezintă un ansamblu de medii prin care se închide un flux magnetic. Circuitele magnetice pot fi neramificate, în care fluxul îşi păstrează valoarea de-a lungul circuitului şi circuite ramificate care au anumite puncte numite noduri, în care fluxul se ramifică sau se recombină.

Fie circuitul magnetic din fig.2.19, format din două porțiuni cu lungimile l_1 şi l_2 (l_1=porțiunea GABC şi l_2=porțiunea GFED). Între C şi D există o porțiune în care miezul de fier este întrerupt, numită întrefier (mediul magnetic în această porțiune este aerul cu permeabilitatea μ_0), care are lungimea $l_3 = \lambda$.

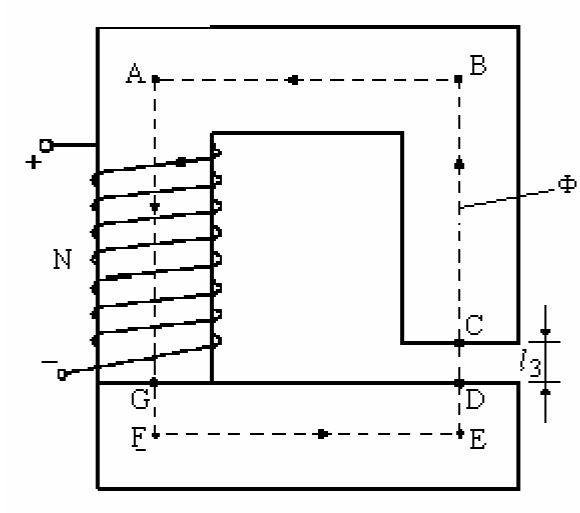

Fig.2.19

Problema care se pune, în general, la un circuit magnetic este de a determina. t.e.m. $\Im = NI$ pentru a crea un anumit flux magnetic în miezul respectiv. Trasând conturul ABCDEFGA, care coincide cu linia de câmp magnetic de lungime medie şi având în vedere că intensitatea câmpului magnetic în fiecare porțiune, confecționată din material omogen şi cu secțiune constantă, are aceeaşi valoare, se poate scrie legea fundamentală a circuitului magnetic sub forma:

$$\oint_{\tau} \overline{H} \cdot d\overline{l} = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 \lambda = NI$$

Ştiind că: $H_k = \dfrac{B}{\mu_k} = \dfrac{\phi}{\mu_k S}$ şi că numai μ_k diferă, putem face înlocuirile

şi obținem: $$\phi\left(\frac{l_1}{\mu_1 S} + \frac{l_2}{\mu_2 S} + \frac{l_3}{\mu_0 S}\right) = NI$$

unde: $$\frac{l_1}{\mu_1 S} + \frac{l_2}{\mu_2 S} + \frac{l_3}{\mu_0 S} = \Re$$

Întrefierul fiind, în general, suficient de redus, am considerat că liniile de câmp magnetic din întrefier, păstrează o secțiune constantă S.

Deci $$\Phi = \frac{NI}{\Re} \quad \text{sau} \quad \Phi = \frac{\Im}{\Re}$$

Cunoscând inducțiile magnetice B_1 şi B_2 se pot calcula intensitățile câmpurile magnetice H_1 şi H_2. Făcând raportul B_1/H_1 şi B_2/H_2, determinăm permeabilitățile magnetice $\mu_1 si \mu_2$. Dimensiunile circuitului magnetic fiind cunoscute, putem calcula t.m.m.(produsul NI).

Făcând o analogie între circuitele magnetice şi circuitele electrice, putem considera că fluxul magnetic, t.m.m., reluctanţa magnetică şi permeabilitatea magnetică, corespund: curentului electric, t.e.m., rezistenţei electrice şi conductibilităţii electrice.

Relaţia $\sum_{i=1}^{n} H_i l_i = NI$ poate fi considerată ca fiind teorema a II-a a lui Kirchhoff de la circuitele electrice, aplicată circuitelor magnetice. Dacă circuitul magnetic are o formă ramificată (fig. 2.20), la nodurile circuitului trebuie utilizată ecuaţia care rezultă din principiul continuităţii fluxului magnetic. Înconjurăm nodul cu o suprafaţă închisă S şi conform principiului continuităţii, fluxul magnetic care trece prin această suprafaţă din interior spre exterior şi din exterior spre interior este egal cu zero, adică : $\oint_S \vec{B} \bullet d\overline{S} = 0$

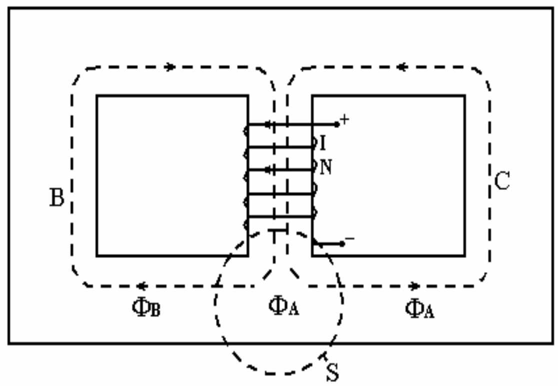

Fig.2.20

Prin urmare suma algebrică a fluxurilor care acced într-un nod este egală cu zero: $\sum_{k=1}^{n} \Phi_k = 0$

sau $\Phi_B + \Phi_C - \Phi_A = 0$

Această ecuaţie este asemănătoare cu prima teoremă a lui Kirchhoff de la circuitele electrice.

Dacă notăm cu $\Re_B$, reluctanţa magnetică a porţiunii din stânga circuitului magnetic, cu $\Re_C$ reluctanţa porţiunii din dreapta şi $\Re_A$ reluctanţa porţiunii din mijloc, putem scrie relaţiile:

$$\Phi_B = \frac{U_m}{\Re_B}, \quad \Phi_C = \frac{U_m}{\Re_C} \quad \text{şi}$$

$$\Phi_A = \Phi_B + \Phi_C = U_m\left(\frac{1}{\Re_B} + \frac{1}{\Re_C}\right) = U_m \frac{1}{\Re_{BC}},$$

unde U_m- tensiunea magnetică

Ramurile B şi C din circuitul magnetic sunt în paralel şi pot fi înlocuite cu o reluctanţă echivalentă $\Re_{BC}$. Relaţia care ne dă valoarea acestei reluctanțe este asemănătoare cu relația de la circuitele electrice care ne dă rezistența echivalentă, adică:

$$\frac{1}{\Re_{BC}} = \frac{1}{\Re_B} + \frac{1}{\Re_C}$$

Inversul relației se numeşte permeanță şi se notează cu *p,* deci putem scrie:

$$p_{BC} = p_B + p_C$$

Reluctanța întregului circuit reprezentat în fig.2.20 este:

$$\Re = \Re_A + \Re_{BC}$$

Pentru orice circuit magnetic închis, se poate enunța o teoremă, asemănătoare cu teorema a doua a lui Kirchhoff pentru un circuit electric şi anume: suma t.m.m. de-a lungul unui circuit magnetic închis este egală cu suma produselor dintre fluxul magnetic şi reluctanța magnetică a porțiunilor de circuit magnetic neramificat, adică:

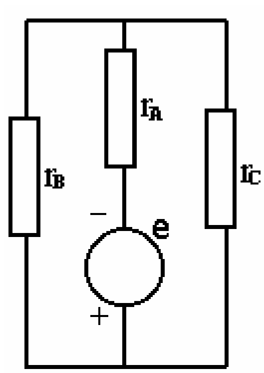

Fig.2.21

$$\sum_{k=1}^{n} N_k I_k = \sum_{k=1}^{n} \Phi_k \Re_k$$

sau,

$$\sum_{k=1}^{n} H_k l_k = \sum_{k=1}^{n} \mu_k S_k H_k \frac{l_k}{\mu_k S_k} = \sum_{k=1}^{n} \Phi_k R_k = \sum_{k=1}^{n} I_k$$

Aşadar, calculul unui circuit magnetic este complet analog cu calculul circuitului electric corespunzător, cu deosebirea că în cazul circuitului magnetic trebuie să se țină seama de starea de magnetizare a fiecărei porțiuni de circuit, dacă aceasta conține substanțe feromagnetice. De exemplu, calculul circuitul magnetic reprezentat în fig.2.20 este analog cu calculul circuitului electric din fig.2.21

Analogia cu circuitele electrice poate fi utilizată cu succes şi pentru calculul circuitelor magnetice mai complexe, în ale căror ramuri există bobine parcurse de curenți.

2.8. Fenomenul de inducție electromagnetică

Inducția electromagnetică este fenomenul de producere a unei tensiuni electromotoare într-un circuit închis, aflat sub influența unui flux magnetic variabil. Tensiunea electromotoare ce ia naştere în circuit este proporțională cu fluxul ce străbate suprafața delimitată de conturul închis al circuitului. Fenomenul de inducție electromagnetică poate fi pus în evidență prin mai multe experimente.

Fie un conductor rectiliniu ce se deplasează paralel cu el însuşi, cu o viteză $\bar{v}$, într-un câmp magnetic de inducție $\bar{B}$. Odată cu acesta se vor deplasa şi sarcinile electrice pozitive şi negative (electronii). Mişcarea acestor sarcini electrice poate fi considerată ca un caz particular al curentului electric.

Dacă mişcarea are loc într-un câmp magnetic (fig.2.22), asupra particulelor electrice vor acționa forțe. Sensul acestor forțe se poate determina după regula mâinii stângi. Sub acțiunea acestei forțe, electronii liberi se vor deplasa la o extremitate a conductorului, producând acolo o sarcină negativă în exces. La cealaltă extremitate a conductorului, lipsa de electroni dă o încărcare de sarcină pozitivă. Va apare deci, în interiorul conductorului, un câmp electric.

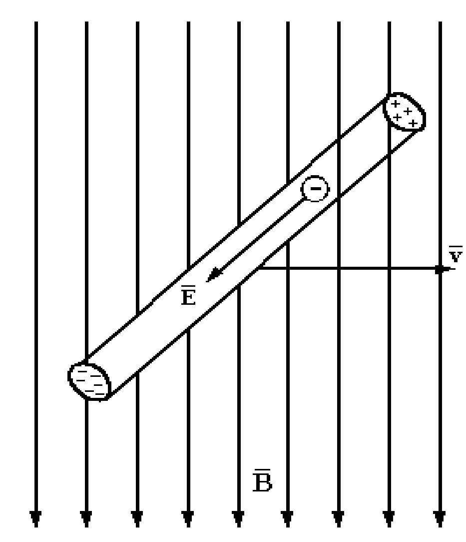

Fig.2.22

Datorită câmpului electric, electronii vor fi supuşi la o forță de natură electrostatică, îndreptată în sens contrar câmpului electric care va echilibra la un moment dat forța electromagnetică. În momentul acesta deplasarea electronilor încetează. Se produce deci, în conductor, o t.e.m. Dacă se leagă capetele conductorului printr-o rezistență, electronii de la o extremitate vor trece prin rezistență către cealaltă extremitate, adică se creează un curent electric. Dacă mişcarea conductorului în câmp magnetic va continua cu o viteză constantă, t.e.m. din conductor va fi şi ea constantă şi prin circuit va trece un curent continuu.

Tensiunea electromotoare care a luat naştere în conductor, prin deplasarea lui în câmp magnetic, poartă numele de <u>t.e.m. de inducție electromagnetică</u>, iar curentul din circuit poartă numele de <u>curent indus</u>.

Experimental, se constată că t.e.m. de inducție electromagnetică apare numai atâta timp cât durează mişcarea conductorului. Prezența curentului în circuit se poate constata cu uşurință dacă la capetele conductorului legăm un miliampermetru sau un galvanometru. Se observă, de asemenea că sensul curentului în conductor, respectiv sensul t.e.m., se schimbă dacă schimbăm sensul de deplasare a conductorului, sau dacă schimbăm sensul câmpului magnetic. Mărimea t.e.m. indusă în conductor depinde de mărimea intensității câmpului magnetic şi de viteza cu care deplasăm conductorul în câmpul magnetic.

O altă experiență care ne arată producerea t.e.m. de inducție electromagnetică se realizează prin introducerea şi scoaterea, în interiorul unei bobine, a unui magnet permanent (Fig.2.23). Circuitul bobinei fiind închis printr-un miliampermetru cu zero la mijloc, se observă că atunci când introducem sau scoatem magnetul din interiorul bobinei apare un curent, care este datorat t.e.m. de inducție electromagnetică. Mărimea t.e.m. este cu atât mai mare cu cât introducerea sau scoaterea magnetului se face mai repede. Sensul curentului depinde de sensul de deplasare al magnetului şi de polaritatea magnetului permanent.

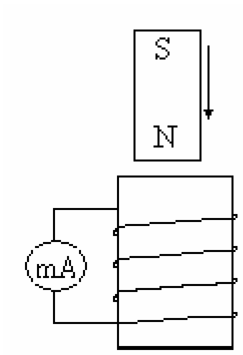

Fig.2.23

Pe aceste două experiențe se bazează funcționarea maşinilor electrice în regim de generator.

Se mai poate face şi următoarea experiență: luăm două bobine, una alimentată de la o sursă de curent continuu, iar cealaltă având în circuitul ei intercalat un miliampermetru (fig.2.24).

Ambele bobine păstrează poziții fixe una față de cealaltă. Când

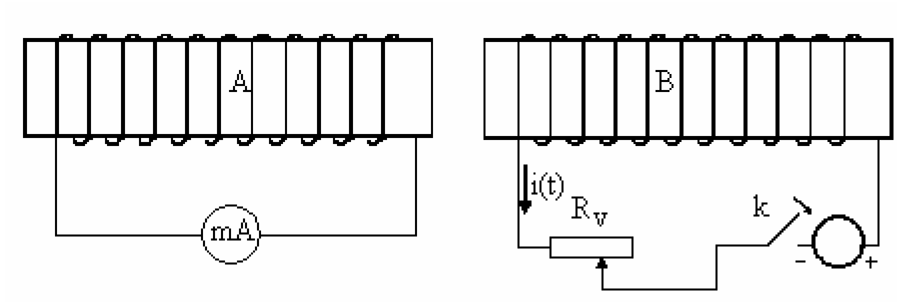

Fig.2.24

curentul i(t) în bobina B creşte (micşorăm rezistența reostatului variabil R_V), acul miliampermetrului deviază într-un anumit sens. Dacă curentul se micşorează, acul miliampermetrului deviază în sens invers. Devierea acului miliampermetrului este cu atât mai mare, cu cât variația intensității curentului electric în bobina B se face mai repede. Când cursorul reostatului R_V rămâne într-o poziţie fixă, acul miliampermetrului nu deviază. În cazul acestei experienţe, în bobina A apare o t.e.m. de inducţie electromagnetică fără să intervină o mişcare relativă între circuitul indus (circuitul bobinei A) şi câmpul inductor creat de curentul variabil în timp, i(t). Variaţia fluxului în bobina A se obţine variind fluxul inductor produs de bobina B, prin variaţia curentului. Pe acest principiu se bazează funcţionarea transformatoarelor electrice.

Legea inducţiei electromagnetice se enunţă astfel: *t.e.m. produsă prin inducţie electromagnetică într-un circuit electric închis, ca urmare a variaţiei unui flux magnetic prin suprafaţa delimitată de conturul circuitului, este egală cu viteza de scădere a fluxului magnetic*.

Forma integrală legii inducţiei electromagnetice este:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{2.33}$$

Legea inducţiei electromagnetice a fost dată de Faraday (1831).

Să considerăm o porţiune liniară, dintr-un conductor, de lungime l, care se mişcă cu viteza v, într-un câmp magnetic omogen. Presupunem că direcţia deplasării este perpendiculară pe liniile de câmp magnetic şi pe axa conductorului, iar axa conductorului perpendiculară pe liniile de câmp magnetic (fig.2.25). Într-un timp dt conductorul se va deplasa cu distanţa v·dt şi va descrie o suprafaţă egală cu $l \cdot v \cdot dt$. Toate liniile de câmp care trec prin această suprafaţă vor fi tăiate de porţiunea de conductor de lungime *l*. Numărul de linii de câmp magnetic unitate tăiate în unitate de timp, va fi egal cu $B \cdot l \cdot v \cdot dt$ şi deci:

$$e = \frac{B \cdot l \cdot v \cdot dt}{dt} = B \cdot l \cdot v \tag{2.34}$$

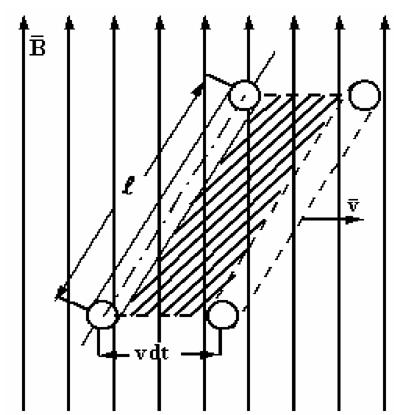

Fig.2.25

Sensul t.e.m. de inducţie electromagnetică se poate determina folosind regula mâinii drepte, astfel: aşezăm palma mâinii drepte încât liniile de câmp magnetic să intre în palmă şi degetul mare desfăcut la 90^0, să ne indice sensul deplasării. Celelalte patru degete vor indica direcţia şi sensul t.e.m. indusă.

În cazul general, când conductorul are o formă oarecare şi se mişcă într-un câmp neomogen, se poate scrie expresia pentru o t.e.m. infinit mică, indusă în porţiunea dl a conductorului. Fie $\overline{dl}$ vectorul îndreptat în direcția axei conductorului, în sensul considerat convențional pozitiv. Considerăm că vectorul vitezei formează cu $\overline{dl}$ unghiul α (fig.2.26).

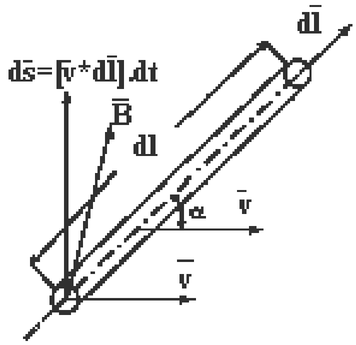

Fig. 2.26

În acest caz, suprafața pe care o descrie segmentul dl în timpul dt, rezultă egal cu $ds = v \cdot dt \cdot dl \cdot \sin\alpha$. Reprezentând această suprafață prin vectorul $\overline{ds}$ dirijat normal la această suprafață, putem scrie:

$$\overline{ds} = [\overline{v}\, dt \times \overline{dl}] = [\overline{v} \times \overline{dl}] \cdot dt.$$

Fluxul $d\Phi = \overline{B} \cdot \overline{ds} = \overline{B} \cdot (\overline{v} \times \overline{dl})\, dt$ care străbate această suprafață este egal cu numărul de linii de câmp magnetic unitate, tăiate de porțiunea dl a conductorului în intervalul dt. Prin urmare, t.e.m. indusă în porțiunea dl este:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\overline{B}(\overline{v} \times \overline{dl}) \cdot dt}{dt} = \overline{B}(\overline{v} \times \overline{dl}) \qquad (2.35)$$

Dacă derivata t.e.m. este mai mare ca zero, t.e.m. acționează în sensul pozitiv al porțiunii de conductor dl.

Pentru determinarea sensului t.e.m. ne putem folosi şi de legea lui Lenz, formulată în 1884, care spune că sensul t.e.m. de inducție electromagnetică, produsă într-un circuit închis, este astfel încât curentul pe care-l produce, să dea naştere unui flux care se opune variației fluxului inductor.

Această interpretare reprezintă aplicarea la un caz particular a unei legi generale din fizică: efectul se opune cauzei. De aici şi o altă formulare a legii lui Lenz şi anume: t.e.m. indusă este totdeauna orientată astfel încât curentul produs de ea să acționeze împotriva cauzei care a determinat apariția acestei t.e.m.

În fig.2.27 este reprezentată o bobină cu miez de fier, în apropierea căreia este aşezat un conductor inelar (sau o altă bobină în circuitul căreia se intercalează un miliampermetru). La închiderea întrerupătorului bobinei, fluxul magnetic care străbate conductorul inelar creşte de la zero la până la o mărime oarecare Φ. În tot timpul variației fluxului magnetic se va induce în conductorul inelar o t.e.m şi prin el va circula un curent. După legea lui Lenz, sensul fluxului magnetic produs de curentul din inel va fi opus sensului fluxului bobinei. Aplicând regula burghiului, sensul curentului din inel se poate determina uşor. Dacă circuitul în care se induce t.e.m. are un număr N de spire, t.e.m. indusă în circuit va fi de N ori mai mare, adică:

$$e = -N\frac{d\Phi}{dt} \tag{2.36}$$

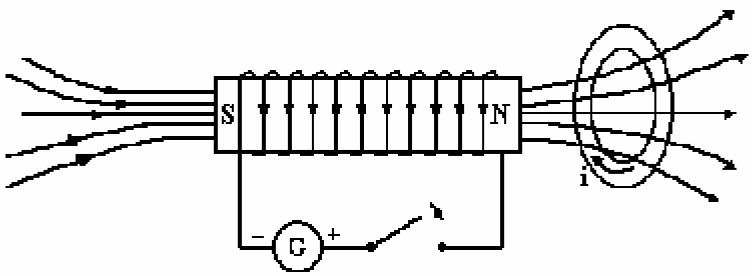

Fig.2.27

2.9. Autoinducția

Se ştie că prin trecerea unui curent electric printr-un conductor, se creează un câmp magnetic şi un flux magnetic, propriu circuitului. Dacă, curentul şi fluxul propriu este constant, nu apare fenomen de inducție electromagnetică. Dacă însă curentul din circuit variază, variază şi fluxul produs de el şi în consecință se produce în circuit o t.e.m. de inducție electromagnetică, numită **t.e.m. de autoinducție**. Ca orice t.e.m. de inducție electromagnetică, prin curentul pe care-l produce, ea se opune variațiilor curentului din circuit. Curentul produs de t.e.m. de autoinducție se numeşte curent de autoinducție şi se suprapune peste curentul principal din circuit.

Să considerăm cazul unei bobine drepte prevăzute cu N spire. Prin fiecare spiră va trece câte un flux propriu. Fluxul propriu total, care trece prin întregul circuit, va fi NΦ.

Ținând seama că fluxul magnetic total este proporțional cu intensitatea curentului care-l produce, putem scrie:

$$\mathrm{N} \cdot \mathrm{d}\Phi = \mathrm{L} \cdot \mathrm{d\,i} \tag{2.37}$$

Coeficientul de proporționalitate L poartă numele de **inductanță proprie** sau **inductivitatea proprie** a circuitului. Din relația de mai sus rezultă :

$$\mathrm{L} = \frac{\mathrm{N\,d\,\Phi}}{\mathrm{d\,i}}$$

Ecuația de dimensiuni a inductivității proprii, este:

$$[\mathrm{L}] = \left[\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}}\right] = \left[\frac{\mathrm{V}\cdot\sec}{\mathrm{A}}\right] = [\Omega\cdot\sec] = [\mathrm{H}](\text{henry})$$

Dacă curentul din circuit variază, va varia simultan şi fluxul total $\mathrm{N}d\Phi$. În circuit va apărea o t.e.m. de autoinducţie, dată de relaţia:

$$e_L = -\frac{\mathrm{N}d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt} \tag{2.38}$$

Inductivitatea proprie a unui circuit depinde de dimensiunile şi forma circuitului şi de valoarea permeabilităţii magnetice a mediului în care există fluxul magnetic de inducţie proprie. T.e.m. $\mathbf{e_L}$ nu depinde de curentul din circuit, cu condiţia ca permeabilitatea magnetică să nu depindă de intensitatea câmpului magnetic.

În general, calculul inductivităţii proprii a unui circuit constituie o problemă analitică dificilă. În anumite cazuri particulare, inductivitatea proprie se poate determina relativ uşor.

De exemplu, să calculăm inductivitatea proprie a unei bobine toroidale cu o secţiune circulară. Să notăm cu S, secţiunea torului, cu l lungimea medie a torului, cu μ permeabilitatea magnetică a materialului care constituie miezul torului, cu N numărul de spire şi cu i(t) intensitatea curentului variabil în timp. Vom scrie, în acest caz, că reluctanţa circuitului magnetic este:

$$\Re = \frac{l}{\mu \mathrm{s}} \text{ şi fluxul magnetic } \Phi = \frac{Ni}{\Re} = \frac{Ni}{\frac{l}{\mu\cdot s}} = \mu\frac{Ni}{l}s\,.$$

Inductivitatea proprie va fi:

$$\mathrm{L} = \frac{\mathrm{N}\Phi}{\mathrm{i}} = \mu\cdot\frac{\mathrm{N}^2 s}{\mathrm{l}} \tag{2.39}$$

Această relaţie este valabilă şi pentru o bobină dreaptă cu secţiunea circulară, de o lungime suficient de mare faţă de diametrul spirelor.

Să calculăm acum inductivitatea proprie în cazul unui tor cu o secţiune dreptunghiulară, care are o înfăşurare uniform repartizată (fig.2.28). Deoarece intensitatea câmpului magnetic este diferită în diversele puncte ale secţiunii torului, va trebui să calculăm mai întâi intensitatea câmpului şi apoi fluxul magnetic. Intensitatea câmpului magnetic are aceeaşi valoare de-a lungul liniilor de câmp şi liniile de câmp sunt cercuri concentrice cu centrul pe axul torului. Aplicăm legea fundamentală a circuitului magnetic de-a lungul unei linii de câmp de rază r. Vom avea: $\mathrm{H}\oint_{\tau} dl = \mathrm{Ni}$, de unde: $H = \dfrac{Ni}{2\pi r}$

Pentru a calcula fluxul magnetic care străbate secțiunea torului, vom considera o fâşie de secțiune $ds = h \cdot dr$. În interiorul acestei fâşii câmpul magnetic poate fi considerat omogen. Fluxul magnetic care străbate această fâşie va fi:

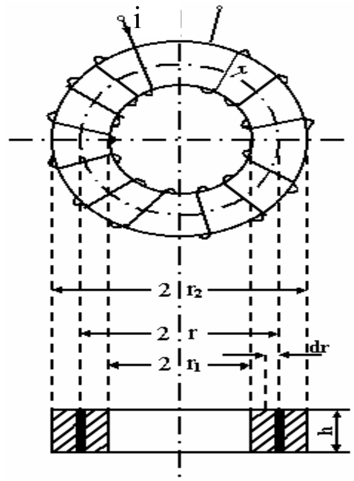

Fig.2.28

$$d\Phi = B \cdot ds = \mu H \cdot ds = \mu \frac{Ni}{2\pi r} h \cdot dr$$

Fluxul care străbate întreaga secțiune a miezului va fi:

$$\Phi = \int_{r_1}^{r_2} \mu \frac{Nih \cdot dr}{2\pi r} = \mu \frac{Nih}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \mu \frac{Nih}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Inductivitatea proprie a bobinei toroidale va fi, deci:

$$L = \frac{Nd\Phi}{di} = \mu \frac{N^2 h}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} \qquad (2.40)$$

2.10. Inducție mutuală

Tensiunea electromotoare care apare într-un circuit electric, datorată variației unui curent electric într-un alt circuit, poartă numele de **t.e.m. de inducție mutuală**. În fig.2.29 sunt reprezentate două bobine alăturate A şi B, străbătute de curenții variabili i_1 şi i_2.

Apariția t.e.m. de inducție mutuală în bobina B se explică prin faptul că spirele acestei bobine sunt străbătute de un flux magnetic variabil, creat de curentul care trece prin bobina A (fig.2.29a). Dacă notăm cu Φ_1, fluxul magnetic variabil produs de curentul i_1, o parte din acest flux pe care să-l notăm cu Φ_{12}, străbate conturul bobinei B. Notând cu N_2 numărul de spire al bobinei B, fluxul total care traversează această bobină va fi $N_2\Phi_{12}$.

În aer, valoarea fluxului fiind proporțională cu curentul care-l produce, vom avea:

$$N_2\Phi_{12} = M \cdot i_1 \qquad (2.41)$$

Coeficientul de proporționalitate M poartă numele de **inductanță mutuală** sau **inductivitate mutuală**. El depinde de dimensiunile şi forma geometrică a celor două bobine şi de poziția lor reciprocă. Din relația de mai sus, deducem:

$$M = \frac{N_2 \Phi_{12}}{i_1} \tag{2.42}$$

de unde rezultă că din punct de vedere dimensional, inductivitatea mutuală are aceleaşi dimensiuni ca şi inductivitatea proprie şi se măsoară tot în henry.

T.e.m. de inducție mutuală, care ia naştere în bobina B, este dată de relația:

$$e_{M2} = -\frac{N_2 d\Phi_{12}}{dt} = -M\frac{di_1}{dt} \tag{2.43}$$

dacă bobina A are N_1 spire şi bobina B este străbătută de un curent i_2 (fig. 2.29b), din fluxul magnetic Φ_2 produs de acest curent, o parte Φ_{21} va străbate spirele bobinei A, iar fluxul total care va străbate bobina A va fi $N_1\Phi_{21}$.

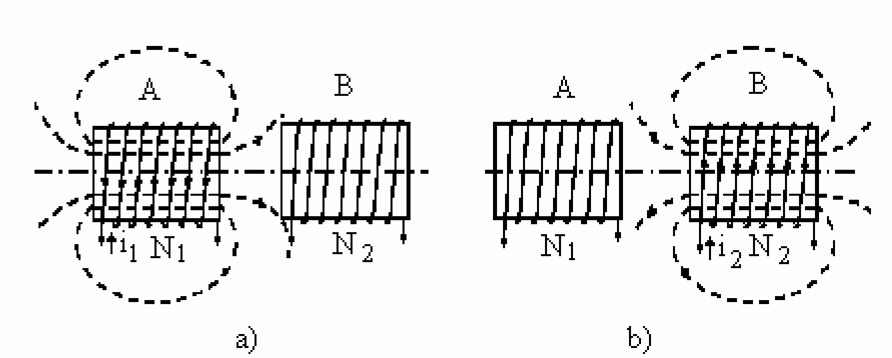

Fig.2.29

Forma şi poziția celor două bobine rămânând neschimbată, inductivitatea mutuală M, trebuie să păstreze aceeaşi valoare. Prin urmare:

$$N_1\Phi_{21} = Mi_2 \text{ sau } M = \frac{N_1\Phi_{21}}{i_2} \tag{2.44}$$

T.e.m. de inducție mutuală, care apare în bobina A, este:

$$e_{M_1} = -\frac{N_1 d\Phi_{21}}{dt} = -M\frac{di_2}{dt} \tag{2.45}$$

Când ambele bobine sunt parcurse simultan de curenți variabili i_1 şi i_2, în fiecare bobină va apare, pe lângă t.e.m. de inducție proprie şi t.e.m. de inducție mutuală. Aplicând teorema a II-a a lui Kirchhoff celor două bobine, vom avea:

$$u_1 + e_{L_1} + e_{M_1} = r_1 i_1$$

pentru bobina B. Cu r_1 şi r_2 s-a notat rezistenţele celor două bobine. Înlocuind t.e.m. e_{L1} şi e_{M1}, respectiv e_{L2} şi e_{M2}, vom găsi:

$$u_1 = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \qquad (2.46)$$

şi

$$u_2 = r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \qquad (2.47)$$

Relaţiile (2.46) şi (2.47) reprezintă relaţiile fundamentale pentru transformatoarele electrice, a căror funcţionare se bazează pe fenomenul de autoinducţie şi inducţie mutuală.

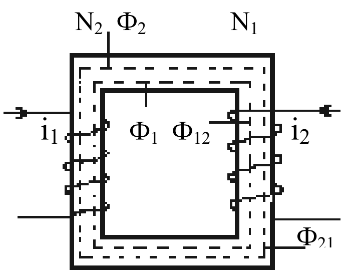

Fig.2.30

Calculul analitic al inductivităţilor mutuale prezintă dificultăţi mari, fiind mai complicat decât cel al inductivităţilor proprii. El se rezolvă simplu numai atunci când cele două circuite se găsesc astfel plasate unul faţă de celălalt, încât întregul flux produs de un circuit să parcurgă cel de-al doilea circuit şi invers, adică atunci când nu avem flux magnetic de dispersie.

Să presupunem că cele două bobine A şi B se găsesc pe acelaşi miez de fier de secţiune S şi de lungime *l* (fig.2.30). Fluxul magnetic produs de bobina A este dat de relaţia:

$$\Phi_1 = \frac{N_1 i_1}{\Re} = \mu \frac{N_1 i_1}{l} S$$

Dacă neglijăm scăpările de flux magnetic şi presupunem că întreg acest flux străbate şi bobina B, adică $\Phi_{12} = \Phi_1$, atunci fluxul total care străbate bobina B va fi:

$$N_2 \Phi_{12} = N_2 \Phi_1 = \mu \frac{N_1 N_2 i_1}{l} S$$

Inductivitatea mutuală dintre cele două bobine va fi:

$$M = \frac{N_2 \Phi_{12}}{i_1} = \mu \frac{N_1 N_2 S}{l} \; .$$

Inductivitatea proprie a celor două bobine va fi:

$$L_1 = \mu \frac{N_1^2 S}{l} \;\text{ şi }\; L_2 = \mu \frac{N_2^2 S}{l} \, .$$

Făcând produsul celor două inductivităţi proprii, găsim:

$$L_1 \cdot L_2 = \mu^2 \frac{N_2^1 N_2^2 S^2}{l^2} = M^2 \;\text{ sau:}$$

$$M = \sqrt{L_1 L_2} \tag{2.48}$$

Întrucât în practică există întotdeauna scăpări de flux, avem:

$$M = K\sqrt{L_1 L_2} \tag{2.49}$$

în care K<1 şi poartă numele de **coeficient de cuplaj** magnetic al circuitelor celor două bobine.

Spre deosebire de inductivitatea proprie, inductivitatea mutuala poate avea şi valori negative.

În (fig. 2.30) fluxul Φ_1 produs de prima bobină este dat de relația : $\Phi_1 = \frac{L_1 i_1}{N_1}$, iar fluxul Φ_{12}, care străbate spirele N_2 ale bobinei a doua este dat de relația: $\Phi_{12} = \frac{M i_1}{N_2}$. În mod asemănător pentru bobina a doua: $\Phi_2 = \frac{L_2 i_2}{N_2}$ şi $\Phi_{21} = \frac{M i_2}{N_1}$. Fluxul magnetic rezultant, care străbate spirele primei bobine, poate fi dat de suma fluxurilor $\Phi_1 + \Phi_{21}$ sau de diferența lor $\Phi_1 - \Phi_{21}$, după sensul curentului în bobina a II-a. Pentru bobina a doua, fluxul rezultant poate fi egal cu $\Phi_2 \pm \Phi_{21}$. Vom scrie, deci: $\Phi_1^1 = \Phi_1 \pm \Phi_{21} = \frac{L_1 i_1}{N_1} \pm \frac{M i_2}{N_1}$ şi $\Phi_2^1 = \Phi_2 \pm \Phi_{12} = \frac{L_2 i_2}{N_2} \pm \frac{M i_1}{N_2}$,

Φ_1^1 şi Φ_2^1 fiind fluxurile rezultante ale bobinelor.

Dacă cele două bobine sunt în serie, adică $i_1 = i_2 = i$ din relațiile de mai sus rezultă că:

$$N_1 \Phi_1^1 = (L_1 \pm M)i \quad \text{şi} \quad N_2 \Phi_2^1 = (L_2 \pm M)i .$$

Inductivitatea totală a celor două bobine este:

$$L = \frac{N_1 \Phi^1 + N_2 \Phi^{11}}{i} = L_1 + L_2 \pm 2M \tag{2.50}$$

Semnul plus pentru inductivitatea mutuală se ia în cazul când fluxul produs de o bobină este în acelaşi sens cu fluxul produs de cealaltă bobină, iar semnul minus în caz contrar. Deci cele două bobine se pot lega în serie aditiv sau în serie diferențial.

2.11. Curenții turbionari (Foucault)

Curenții de inducție care apar în piesele metalice masive poartă numele de *curenți Foucault* sau *curenți turbionari.* Ei apar în atât masele metalice ce se mişcă într-un câmp magnetic constant cât şi în masele fixe străbătute de fluxuri magnetice variabile.

Curenții Foucault nu pot fi culeşi într-un circuit exterior şi folosiți pentru producerea energiei electrice. Aceştia apar în toate maşinile şi aparatele electrice a căror funcționare se bazează pe fenomenul de inducției electromagnetică.

În fig.2.31 este arătat modul cum apar prin inducție, simultan, curentul util într-o spiră a unui generator electric şi curenții Foucault în masa rotorului. Curenții turbionari, datorită efectului Joule – Lenz, produc o încălzire apreciabilă a maselor metalice în care apar, ceea ce duce la o micşorare a randamentului maşinilor electrice şi a aparatelor electrice. Din această cauză, aceşti curenți se mai numesc şi curenți paraziți.

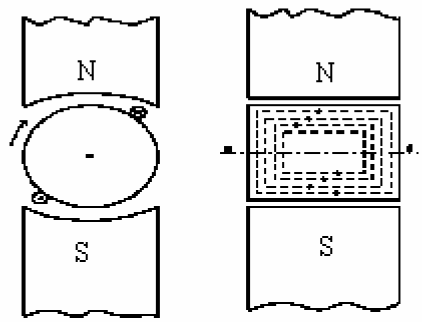

Fig.2.31

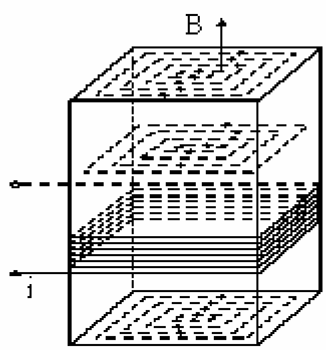

Fig.2.32

În fig.2.32 este arătat modul cum apar curenții turbionari într-o bobină cu miez de fier, la trecerea unui curent variabil în timp prin spirele bobinei. În acest caz, curenții turbionari se închid într-un plan perpendicular pe vectorul inducției magnetice. Sensul curenților turbionari s-a determinat aplicând legea lui Lenz, curentul fiind considerat crescător.

În construcția maşinilor electrice şi aparatelor electrice, curenții turbionari se reduc, înlocuind piesele masive de fier, în care ei s-ar putea produce, prin piese executate din asamblarea, de tole de oțel, de 0,35-0,5 mm grosime şi izolate între ele prin foiță de hârtie sau prin lac izolant. Tolele se execută dintr-un oțel special, cu conținut de siliciu (tole silicioase). Prezența siliciului în tole măreşte rezistivitatea materialului, deci scade intensitatea curenților turbionari.

Tolele se aşează perpendicular pe drumul pe care se închid curenții Foucault (fig. 2.33a şi 2.33b). Pierderile de putere, datorate curenților turbionari, sunt date de relația:

$$P_F = \sigma_F (\frac{f}{100} \cdot B_m \cdot d)^2 \text{ W/kg}$$

unde d reprezintă grosimea tolelor în centimetri, f – frecvența curentului de magnetizare în per/sec. B_m – inducția magnetică maximă, în Tesla şi σ_F - un coeficient care depinde de calitatea tolelor şi care variază între 2,2 şi 4,8.

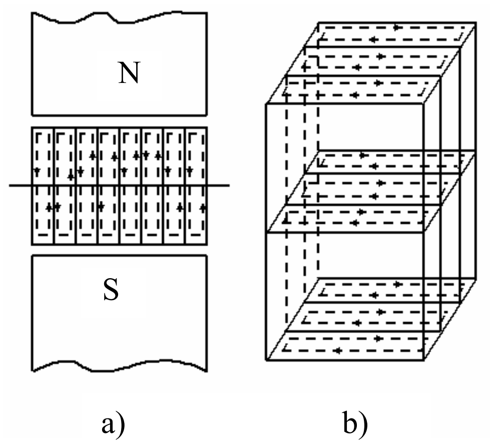

Fig.2.33

La maşinile electrice şi aparatele electrice, curenții turbionari nu sunt doriți, deoarece înrăutățesc funcționarea lor. La anumite instalații şi mecanisme, ei sunt utilizați pentru punerea în acțiune a mecanismelor, sau pentru asigurarea regimului lor de funcționare.

2.12. Energia câmpului magnetic

Să considerăm o bobină cu N spire, alimentată de la o sursă de curent continuu. La închiderea întrerupătorului, curentul variază de la zero la o valoare oarecare I. Datorită acestei variații de curent, vom avea şi o variație a fluxului magnetic datorită căreia în circuitul bobinei va apare o t.e.m. de autoinducție, $e_L = -N\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$

Aplicând teorema a II-a a lui Kirchhoff, putem scrie relația:

$$u + e_L = ri \text{ sau } u = ri + N\frac{d\Phi}{dt}$$

în care u reprezintă tensiunea aplicată la bornele bobinei.

Amplificând relația cu $i \cdot dt$, găsim: $ui \cdot dt = ri^2 dt + Ni \cdot d\Phi$

În această relație $ui \cdot dt$ reprezintă energia furnizată bobinei de către sursa de curent, în intervalul de timp dt; $ri^2 dt$ reprezintă energia ce se transformă în căldură, iar $Ni \cdot d\Phi$ reprezintă energia pe care o înmagazinează câmpul magnetic, ce ia naştere în interiorul bobinei. Să analizăm această energie, pe care s-o notăm cu W, adică:

$$dW = Ni \cdot d\Phi = NiS \cdot dB \qquad \text{sau} \qquad W = \int_0^B NiS \cdot dB$$

Dacă luăm cazul unui tor şi notăm cu *l* lungimea medie a liniei de câmp, avem: $W = \int_0^B \frac{Ni}{l} S \cdot l \cdot dB = \int_0^B \frac{Ni}{l} \cdot V \cdot dB$

unde: $S \cdot l = V$ reprezintă volumul torului, iar Ni/l reprezintă intensitatea câmpului magnetic. Notând cu W_o energia specifică pe unitatea de volum, putem scrie: $W_o = \frac{W}{V} = \int_0^B H \cdot dB$

sau
$$W_o = \int_0^B \frac{B \cdot dB}{\mu} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{BH}{2} \text{ (j/m}^3\text{)} \qquad (2.51)$$

Dacă însă, înlocuim fluxul total $N \cdot d\Phi = L \cdot di$, vom avea:
$$W = \int_0^L Li \cdot di = \frac{LI^2}{2} \text{ (J)} \qquad (2.52)$$

relaţiile (2.51) şi (2.52) ne dau deci, valoarea energiei înmagazinată în câmpul magnetic. Relaţia (2.51), care ne dă energia furnizată de sursa exterioară pentru a schimba starea magnetică a unităţii de volum a substanţei, se mai poate scrie şi sub forma: $dW_0 = H \cdot dB$.

2.13. Electromagneţi. Forţă portantă

Un electromagnet este format dintr-un **miez** şi o **armătură** mobilă, confecţionate din material magnetic moale şi o **bobină** plasată pe miez (fig.2.34). Dacă prin bobină circulă un curent i, miezul se magnetizează şi armătura mobilă va fi atrasă. Deoarece materialul magnetic este moale, după întreruperea curentului i prin bobină, magnetizarea remanentă va fi foarte mică şi practic armătura va fi atrasă numai atât timp cât prin bobină circulă curent electric.

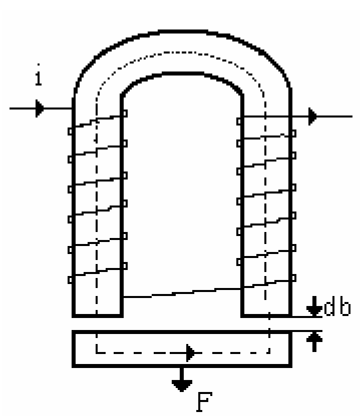

Fig.2.34

Forţa care trebuie aplicată armăturii pentru a se desprinde de miez, atunci când bobina este parcursă de curent, se numeşte **forţă portantă.** Valoarea acestei forţe portante se poate determina pornind de la energia câmpului magnetic care este dată de relaţia:

dW = $\frac{BH}{2} dV$ - în care dV este un element de volum.

Lucrul mecanic necesar deplasării armăturii, efectuat de forța câmpului magnetice F este:

$$dL = F \cdot db = \frac{BH}{2} dV$$

Însă, variația de volum este dV=2S·db, unde S reprezintă secțiunea miezului magnetic al electromagnetului, deci:

$$F \cdot db = BHS \cdot db$$

sau:
$$F = BHS = \frac{B^2 S}{\mu_0} = \frac{\phi^2}{\mu_0 S} \tag{2.53}$$

Dacă inducția magnetică se ia în Tesla, suprafața polilor S în m^2 şi permeabilitatea magnetică μ_0 în H/m, atunci forța portantă F rezultă în Newton ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H/m$). Se observă că forța portantă variază cu pătratul inducției câmpului magnetic, ori această variație o putem obține prin variația curentului electric.