

Capitolul 2

ASPECTE GENERALE ALE MASINILOR DE CURENT ALTERNATIV

Masinele electrice de curent alternativ, se împart în funcție de principiul de funcționare în două clase principale:

- *masini asincrone;*
- *masini sincrone.*

La baza funcționării masinilor electrice se află legea inducției electromagnetice. Pentru a crea condiții de existență a acestei legi, în masinile electrice trebuie să existe *miezuri magnetice* și *înfășurări*. În general, masinile electrice rotative sunt realizate din două părți principale numite *armaturi*, între care există o viteză relativă de rotație. Aceste armaturi sunt realizate din miezuri feromagnetice pe care există înfășurări. Una dintre armaturi este fixă și se numește *stator*, iar cealaltă aflată în mișcare de rotație se numește *rotor*. De asemenea, una dintre armaturi joacă rolul de *inductor*, iar cealaltă de *indus*, rolurile putând fi inversate în funcție de soluția constructivă aleasă.

În ambele armaturi circulă curenți prin înfășurări, care creează câmpuri magnetice printr-un anumit procedeu. Câmpurile magnetice create în cele două armaturi se compun într-un câmp unic rezultat pe care îl găsim în *întrefierul* mașinii.

Câmpurile magnetice produse sunt variabile în timp (deoarece curenții care le creează sunt alternativi, deci, variabili în timp), și produc fluxuri magnetice variabile prin întrefier. Aceste fluxuri magnetice străbat înfășurări electrice și induc în acestea tensiuni electromotoare. Totodată, între fluxul magnetic al unei înfășurări și curentul electric din cealaltă înfășurare apar interacțiuni electromagnetice care dau naștere la cupluri electromagnetice între armaturi.

Toate aceste aspecte legate de producerea câmpurilor magnetice, de construcția înfășurărilor de c.a. și de producerea cuplurilor electromagnetice sunt comune ambelor clase de mașini electrice și le vom prezenta în cele ce urmează.

2.1 Câmpurile magnetice si înfasurarile masinilor de curent alternativ

Câmpurile magnetice produse în masinile electrice de c.a. dupa cum s-a aratat sunt variabile în timp. La masinile trifazate, prin dispunerea în spatiu a fazelor înfasurarilor se obtin câmpuri magnetice variabile în timp si spatiu. Dupa modul de variatie în timp si spatiu a inductiei magnetice, aceste câmpuri se împart în doua categorii principale:

- câmpuri magnetice pulsatorii;
- câmpuri magnetice rotitoare (învârtitoare).

2.1.1 Câmpuri magnetice pulsatorii

Aceste câmpuri se obtin de regula în înfasurari fixe de tip stator, în crestaturile carora exista o înfasurare monofazata parcursa de un curent alternativ. În functie de caracteristicile armaturii întâlnim urmatoarele situatii:

- armaturi cu: $m = 1; \Omega = 0; q = 1; 2p = 2; y = \tau$;
- armaturi cu: $m = 1; \Omega = 0; q = 1; 2p > 2; y = \tau$;
- armaturi cu: $m = 1; \Omega = 0; q > 1; 2p > 2; y = \tau$;
- armaturi cu: $m = 1; \Omega = 0; q > 1; 2p > 2; y < \tau$;

în care s-au notat:

- m - numarul de faze;
- Ω - viteza unghiulara a armaturii;
- q - numarul de crestaturi pe pol si faza;
- p - numarul de perechi de poli;
- y - pasul înfasurarii;
- τ - pasul polar, $\tau = m \cdot q$ (crestaturi).

Înainte de a prezenta detaliat aceste patru cazuri, prezentam câteva elemente ale înfasurarilor de c.a. aflate în crestaturile acestor armaturi.

În constructia înfasurarilor de c.a. se deosebesc urmatoarele elemente:

- *conductorul*;
- *spira*;
- *bobina*;
- *grupa de bobine*.

Spira se compune din doua conductoare [conductorul de ducere (1) si conductorul de întoarcere (2) (figura 2.1)], din capatul frontal al spirei (3) si din extremitatile acesteia (4). În schemele desfasurate ale înfasarilor, spira se reprezinta ca în figura 2.3, a.

Bobina se compune din mai multe spire legate în serie sau în derivatie. Elementele bobinei sunt (figura 2.2):

- latura sau manunchiul de ducere (1);
- latura sau manunchiul de întoarcere (2);
- capatul frontal al bobinei (3);
- extremitatile bobinei (5,6).

Pentru consolidarea bobinei se folosesc bandajele (3,4). În schemele desfasurate, bobinele se reprezinta ca în figura 2.3, b.

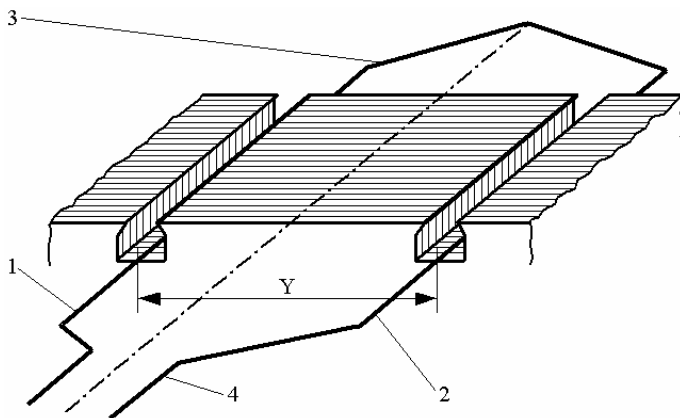


Figura 2.1

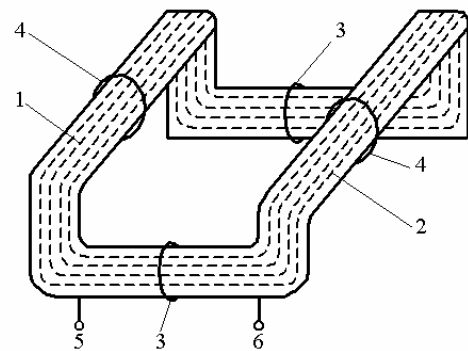
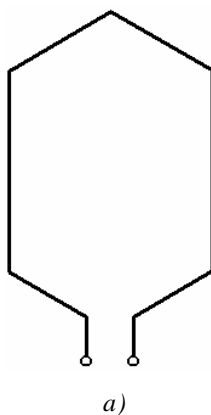


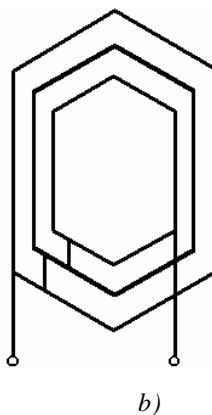
Figura 2.2

Grupa de bobine, se compune din mai multe bobine conectate în serie sau în derivatie. În construcția înfasarilor masinilor de c.a. se întâlnesc doua tipuri de grupe de bobine:

- grupe de bobine inegale asezate concentric (figura 2.3, b);
- grupe de bobine egale cu partile frontale asezate în coroana (figura 2.4).



a)



b)

Figura 2.3

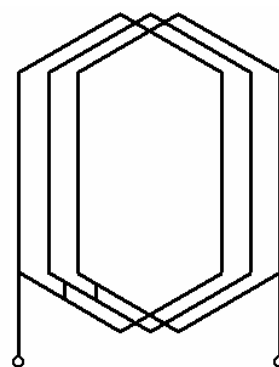


Figura 2.4

Modul de realizare practica a înfasarilor de curent alternativ va fi prezentat la fiecare din cele patru cazuri de obtinere a câmpurilor magnetice pulsatorii.

Câmp magnetic pulsatoriu obținut într-o înfasurare de tipul: $m = 1; \Omega = 0; q = 1; 2p = 2;$

$y = \tau.$

În figura 2.5 s-a reprezentat o armatură tip stator ($\Omega = 0$).

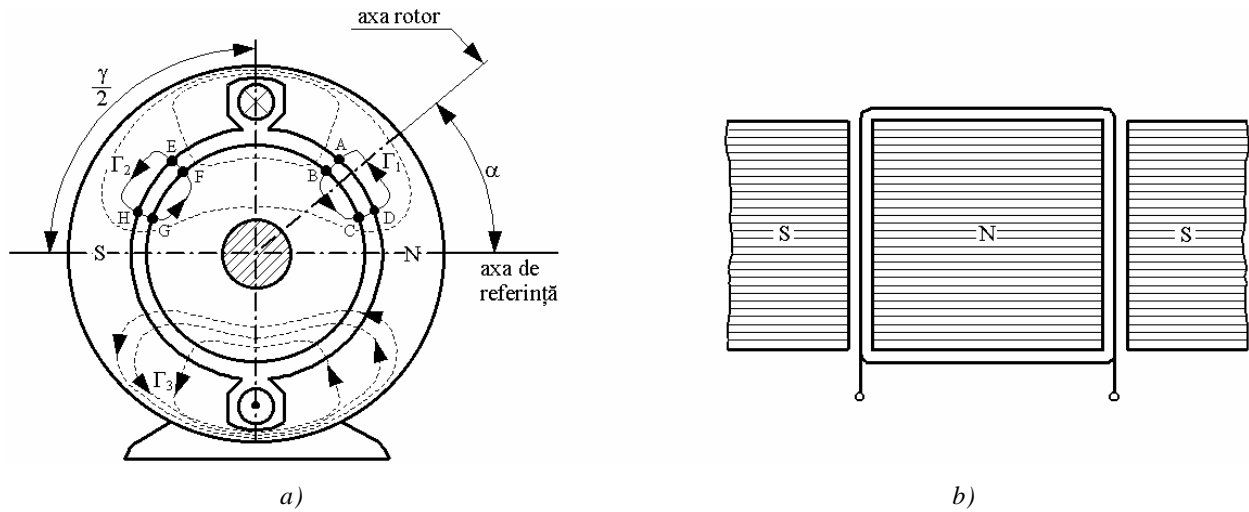


Figura 2.5

Pe fața interioară a acestei armături avem două creștături diametral opuse, în care se află o înfasurare monofazată ($m = 1$), compusă din N_c spire legate în serie. Prin înfasurare trece un curent alternativ $i = I_m \cdot \cos \omega \cdot t$, care produce un câmp magnetic al cărui linii de câmp la un moment dat au aspectul din figura 2.5, a.

Din această reprezentare a liniilor de câmp se remarcă faptul că în partea dreaptă a planului spirelor, liniile de câmp ies din stator intrând în rotor și în partea stângă intra în stator. Conventional se spune că în partea dreaptă s-a format un pol Nord, iar în partea stângă un pol Sud. Astfel armătura stator considerată în figura 2.5, a are $2 \cdot p = 2$ poli și câte o creștătură pe pol și fază $q = 1$.

În ceea ce privește câmpul magnetic produs în această armatură vom studia modul de variație a inducției magnetice în raport cu variabilele α și t , într-un punct oarecare din întrefier: $B(\alpha, t)$. Pentru aceasta vom scrie legea circuitului magnetic pe curbele: $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$.

Curba Γ_1 străbate de două ori întrefierul în lungul razei, de fiecare dată în aceeași zonă polară (Nord), și se închide prin fierul statorului și al rotorului pe drumuri oarecare. Dacă H_1' este intensitatea câmpului magnetic în întrefier, de-a lungul razei, între punctele A și B și dacă H_1'' este intensitatea tot de-a lungul razei, între punctul D și C, atunci conform legii circuitului magnetic (ținând seama și de faptul că intensitatea H_1 este practic nulă pe porțiunea BC și DA deoarece $\mu_{Fe} \approx \infty$), rezulta:

$$\oint_{\Gamma_1} \vec{H} \cdot d\vec{r} = H_1' \cdot \delta - H_1'' \cdot \delta = 0, \quad (2.1)$$

deoarece solenatia corespunzatoare conturului Γ_1 este nula (orice suprafata care se sprijina pe conturul Γ_1 nu este parcursa de nici un conductor strabatut de curent). În consecinta:

$$H_1' = H_1'' = H_1. \quad (2.2)$$

Procedând analog pentru conturul Γ_2 care strabate de doua ori întrefierul tot în lungul razei, dar în zona polara Sud, notând cu H_2' si respectiv H_2'' intensitatile câmpului magnetic în întrefier în lungul razelor între punctele E si F respectiv H si G rezulta:

$$H_2' = H_2'' = H_2. \quad (2.3)$$

Prin urmare, intensitatea câmpului magnetic deci si inductia magnetica în întrefier $B = \mu_0 \cdot H$ variaza la periferia interioara a statorului ca în figura 2.6 (linie continua) la momentul de timp t considerat, originea de referinta a coordonatei unghiulare fiind planul de simetrie al bobinei înfasurarii, inductia fiind pozitiva în zona polului Nord si negativa în zona polului Sud, unde orientarea inductiei este opusa. Se observa ca inductia înregistreaza un salt brusc în dreptul crestaturilor, iar pe deschiderea bobinei este inversabila (desigur în ipoteza considerata a întrefierului $\delta = ct.$).

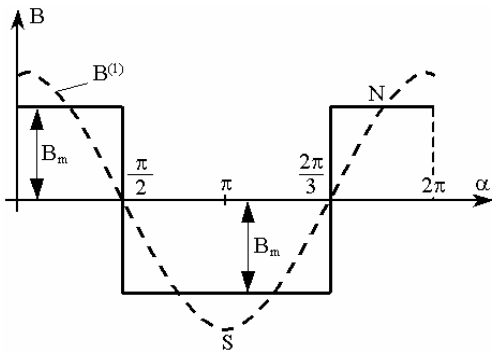


Figura 2.6

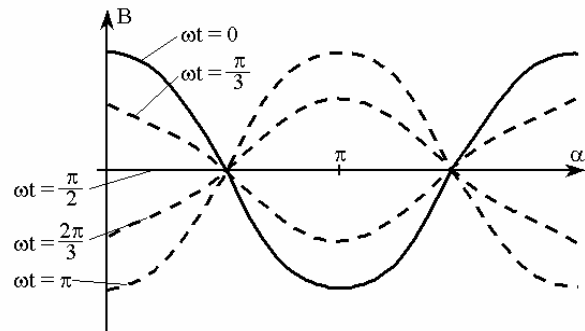


Figura 2.7

Pentru a determina efectiv inductiile B_1, B_2 sau intensitatile efective respective vom aplica legea circuitului magnetic pe un contur Γ_3 care înconjoara o crestatura (figura 2.5):

$$\oint_{\Gamma_3} \overline{H} dr = H_1 \cdot \delta + H_2 \cdot \delta = N_C \cdot i = N_C \cdot I_m \cdot \cos \omega \cdot t. \quad (2.4)$$

În mod analog pentru o curba care înconjoara cealalta crestatura se obtine:

$$-H_1 \cdot \delta - H_2 \cdot \delta = -N_C \cdot i, \quad (2.5)$$

relatii din care rezulta imediat:

$$H_1 = H_2 = H; \quad B_1 = B_2 = B. \quad (2.6)$$

Asadar, inductia magnetica la periferia interioara a statorului are o variatie dreptunghiulara la un moment dat t . Înaltimea dreptunghiului la un moment dat t se afla din relatia (2.4):

$$B(t) = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{1}{2} \cdot N_c \cdot I_m \cdot \cos \omega \cdot t = B_m \cdot \cos \omega \cdot t. \quad (2.7)$$

În teoria masinilor electrice se prefera descompunerea unei dreptunghiulare a inducției în unde armonice conform seriei Fourier.

Dat fiind faptul ca funcția $B(\alpha, t)$ îndeplinește condițiile:

$$\begin{aligned} B(\alpha, t) &= -B(\alpha + \pi, t); \\ B(\alpha, t) &= B(-\alpha, t); \end{aligned} \quad (2.8)$$

rezulta conform proprietatilor seriei Fourier ca aceasta nu va contine armonici pare, si nici respectiv, armonici în sinus. Deci descompunerea în serie Fourier va avea forma:

$$B(\alpha, t) = \sum_{v=1}^{\infty} B_m^{(v)} \cdot \cos \omega \cdot t \cdot \cos v \cdot \alpha; \quad v = 1, 3, 5, \dots \quad (2.9)$$

Amplitudinea armonicii de ordin v se calculeaza cu relatia:

$$B_m^{(v)} = \frac{2}{\pi} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B(\alpha) \cdot \cos v \cdot \alpha d\alpha = \frac{4}{\pi \cdot v} \cdot B_m. \quad (2.10)$$

Luând în considerare din seria infinita de armonici numai armonica fundamentala (de ord.1) si tinând seama de relatiile (2.9) si (2.10) se obtine:

$$B^{(1)}(\alpha, t) = B_m^{(1)} \cdot \cos \omega \cdot t \cdot \cos \alpha. \quad (2.11)$$

Examinând expresia (2.11) se poate trage concluzia ca într-o astfel de înfasurare se obtine un câmp magnetic pulsatoriu sinusoidal în timp si spatiu. La periferia statorului exista puncte în care inductia magnetica este în permanenta nula, în celelalte puncte inductia variind sinusoidal în timp, cu o amplitudine variabila de la punct la punct. O asemenea variatie în timp si spatiu este analoga undelor stationare, dupa cum s-a reprezentat în figura 2.7.

Câmp magnetic pulsatoriu obtinut într-o înfasurare de tipul $m = 1; \Omega = 0; q = 1; 2p > 2; \gamma = \tau$.

În practica se întâlnesc masini de c.a. care au mai multe perechi de poli. În figura 2.8 s-a reprezentat o masina tetrapolara cu $2p = 4$ poli.

Numarul de crestaturi din stator se calculeaza cu relatia:

$$Z = 2 \cdot m \cdot p \cdot q = 4.$$

Pentru a obtine cei $2 \cdot p = 4$ poli este necesar ca în crestaturi sa se afle doua bobine, câte o bobina pentru fiecare pereche de poli, bobinele fiind legate în serie.

Înfasurarea de pe stator poate fi realizata într-un singur strat, caz în care într-o crestatura se afla o singura latura de bobina, sau în dublu strat, caz în care într-o crestatura se afla doua laturi de bobine aparținând la doua bobine diferite, o latura fiind plasata în stratul inferior, iar cealalta în stratul superior (figura 2.9).

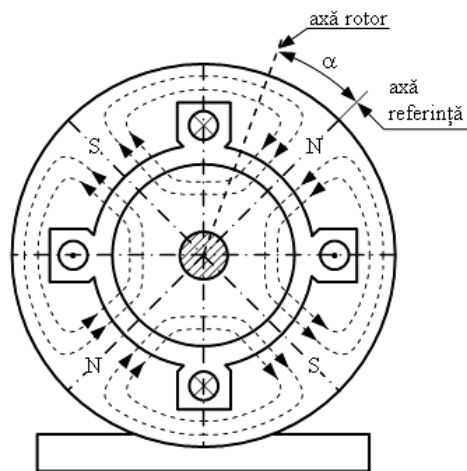


Figura 2.8

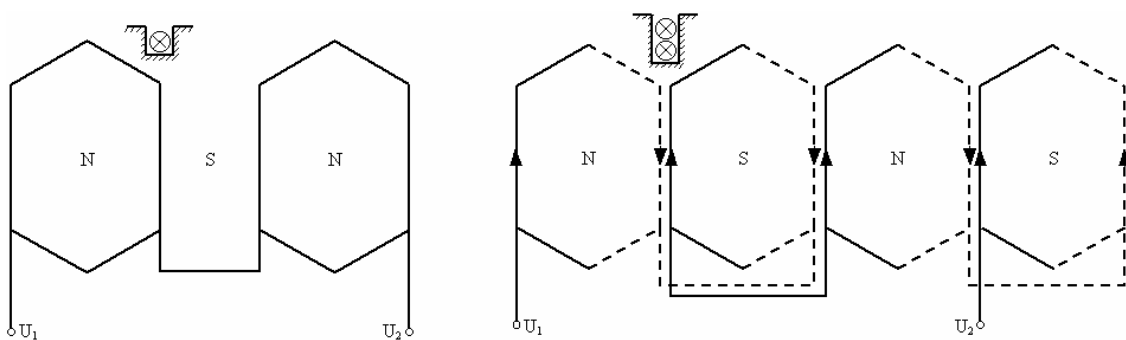


Figura 2.9

Dupa cum se observa din figura 2.9, b, înfășurarea în dublu strat va avea un număr dublu de bobine înseriate față de înfășurarea într-un singur strat, dar ele vor avea $\frac{N_C}{2}$ spire față de N_C spire la înfășurarea într-un strat (N_C reprezintă deci numărul de conductoare dintr-o crestatură).

Indiferent de modul de realizare a înfășurării câmpul magnetic obținut are aceeași formă (figura 2.10), și numărul de spire (consumul de cupru) este același $N = p \cdot N_C = \frac{2 \cdot p \cdot N_C}{2}$.

În mod analog cu cele arătate în cazul înfășurării anterioare ($2 \cdot p = 2$), inducția magnetică va avea o variație pulsatorie, sinusoidală în timp și spațiu, de tipul:

$$B^{(1)}(\alpha, t) = B_m^{(1)} \cdot \cos p \cdot \alpha \cdot \cos \omega \cdot t. \quad (2.12)$$

Într-adevăr dacă se parcurge odată periferia interioară a statorului, se înregistrează pentru α un unghi de $2 \cdot \pi$ radiani, dar variația inducției înregistrează $p = 2$ perioade, deci un unghi $\alpha = 4 \cdot \pi$ radiani. Mărimea α din expresia (2.11) pentru cazul $p = 1$ va fi astfel înlocuită cu mărimea $p \cdot \alpha$ pentru cazul $p > 1$, ca în relația (2.12). Mărimea $p \cdot \alpha$ astfel introdusă poartă numele de *unghi electric*. În figura 2.10 este redată prezentarea grafică a variației inducției în raport cu coordonata unghiulară, cât și armonica fundamentală (linie punctată).

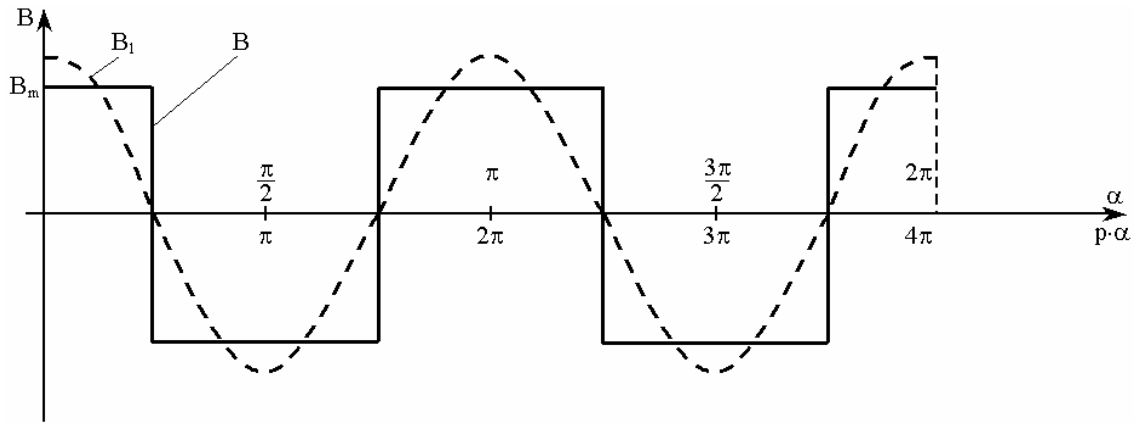


Figura 2.10

Câmp magnetic pulsatoriu obținut într-o înfasurare de tipul: $m = 1; \Omega = 0; q > 1; 2p > 2; y = \tau$.

În cele mai multe mașini electrice de curent alternativ, spirele înfășurarilor de fază nu sunt plasate într-o singură pereche de creștături pentru o pereche de poli ($q = 1$), ci sunt repartizate în mai multe perechi de creștături ($q > 1$). În figura 2.11 se reprezintă o armatură de tip stator cu o înfasurare monofazată având: $2 \cdot p = 4; q = 3; Z = 2 \cdot m \cdot p \cdot q = 12$.

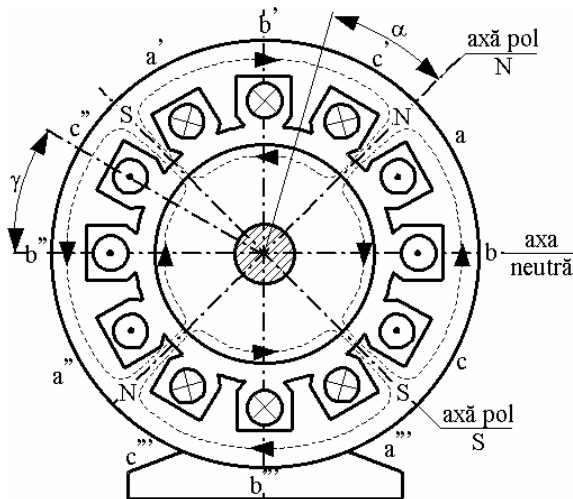


Figura 2.11

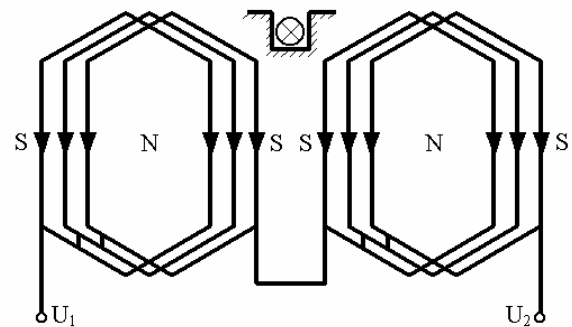


Figura 2.12

Înfășurarea se poate realiza într-un singur strat cu $N = p \cdot q = 6$ bobine înseriate a N_C spire fiecare (figura 2.12), sau în dublu strat cu $2 \cdot p \cdot q = 12$ bobine înseriate a câte $\frac{N}{2}$ spire fiecare (figura 2.13).

Pentru a vedea care este variația inducției magnetice, în acest caz în raport cu coordonata spațială α , vom aplica principiul superpoziției câmpurilor magnetice, considerând mașina nesaturată, deci, cu o caracteristică magnetică liniară. Astfel, vom considera că porțiunea din înfășurarea aflată în creștăturile a, a', a'', a''' va produce un câmp de inducție B_A care, în raport cu coordonata α , are o variație dreptunghiulară asemănătoare celei din cazul anterior. În mod similar

portiunile de înfasurare din grupele de crestaturi b, b', b'', b''' , respectiv c, c', c'', c''' , vor produce inductiile B_B , respectiv B_C . Daca γ este unghiul geometric dintre doua crestaturi vecine $\left(\gamma = \frac{2 \cdot \pi}{Z}\right)$, atunci cele trei câmpuri vor fi decalate între ele cu unghiul electric $p \cdot \gamma$ (figura 2.14).

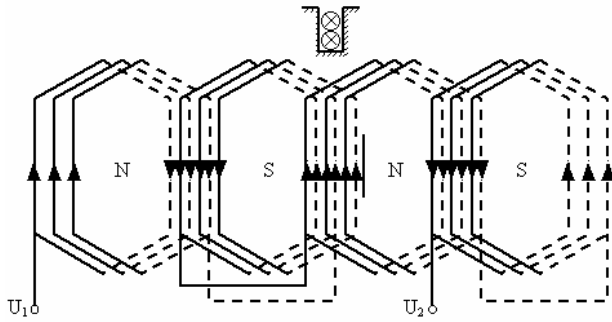


Figura 2.13

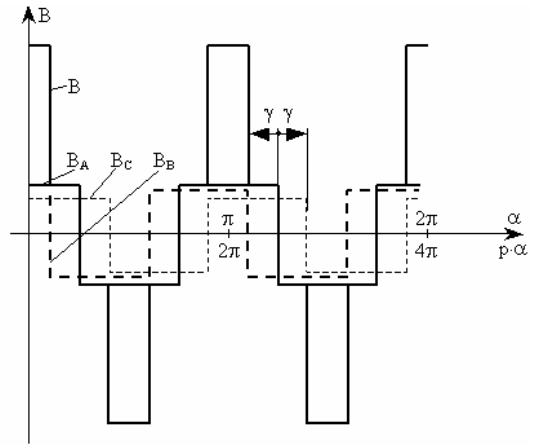


Figura 2.14

Dupa cum rezulta din aceasta figura, câmpul rezultat obtinut prin suprapunerea celor trei câmpuri B_A, B_B, B_C , are în raport cu coordonata spatia α o variatie în trepte, mai apropiata de o sinusoida. Înlocuind variatiile dreptunghiulare periodice ale inductiilor B_A, B_B, B_C , cu armonicile lor fundamentale obtinem:

$$\begin{aligned} B_A^{(1)}(\alpha) &= B_{Am}^{(1)} \cos p\alpha; \\ B_B^{(1)}(\alpha) &= B_{Bm}^{(1)} \cdot \cos(p \cdot \alpha + p \cdot \gamma); \\ B_C^{(1)}(\alpha) &= B_{Cm}^{(1)} \cdot \cos(p \cdot \alpha - p \cdot \gamma); \end{aligned} \tag{2.12}$$

unde s-a luat inductia B_A ca origine de faza. Inductia rezultanta se obtine prin suprapunerea acestor inductii si va avea expresia:

$$B^{(1)}(\alpha) = B_A^{(1)} + B_B^{(1)} + B_C^{(1)}. \tag{2.13}$$

Aceasta compunere se poate face fazorial ca în figura 2.15. Cum: $B_{Am}^{(1)} = B_{Bm}^{(1)} = B_{Cm}^{(1)}$ si daca O este centrul cercului în care s-a înscris poligonul inductiilor, atunci din triunghiurile OEA si OAF obtinem:

$$OA = \frac{B_{Am}^{(1)}}{\sin \frac{p \cdot \gamma}{2}}; \quad OA = \frac{B_m^{(1)}}{\sin q \cdot \frac{p \cdot \gamma}{2}} = OD. \tag{2.14}$$

Din aceste doua relatii rezulta imediat:

$$B_m^{(1)} = B_{Am}^{(1)} \frac{\sin q \cdot \frac{p \cdot \gamma}{2}}{\sin \frac{p \cdot \gamma}{2}} \Rightarrow B_m^{(1)} = q \cdot B_{Am}^{(1)} \frac{\sin q \cdot \frac{p \cdot \gamma}{2}}{q \cdot \sin \frac{p \cdot \gamma}{2}}. \tag{2.15}$$

Termenul: $\frac{\sin q \cdot \frac{p \cdot \gamma}{2}}{q \cdot \sin \frac{p \cdot \gamma}{2}} = k_q^{(1)}$ poarta denumirea de factor de repartizare a înfășurării în

crestaturi. Înlocuind în relata (2.15) avem:

$$B_m^{(1)} = q \cdot B_{Am}^{(1)} \cdot k_q^{(1)}. \quad (2.16)$$

Din relata (2.16) se observa ca amplitudinea armonice fundamentale a inductiei rezultante nu este de q ori mai mare decât amplitudinea inductiei obtinuta în cele q portiuni de înfășurare considerate, ci este multiplicata cu factorul de repartizare $k_q^{(1)}$ care, evident, este subunitar. Prin urmare factorul de repartizare arata în ce masura se micșoreaza amplitudinea armonicii fundamentale a inductiei magnetice din întrefier, prin faptul ca, în loc de a se concentra toate spirele înfășurării monofazate într-o singura crestatura pe pol, se repartizeaza aceste spire în mai multe crestaturi mai mici, pentru fiecare pol.

Prin repartizarea înfășurării în mai multe crestaturi pe pol se reduce influenta armonicele de ordin superior. În tabelul 2.1 sunt date valorile lui factorului de repartizare pentru diverse armonici si diversi q .

Tabelul 2.1

q	$k_q^{(1)}$	$k_q^{(3)}$	$k_q^{(5)}$	$k_q^{(7)}$
2	0,966	0,707	0,259	-0,259
3	0,960	0,667	0,217	-0,177
4	0,958	0,654	0,205	-0,158
5	0,957	0,646	0,200	-0,149
8	0,955	0,641	0,194	-0,141
9	0,955	0,640	0,194	-0,140

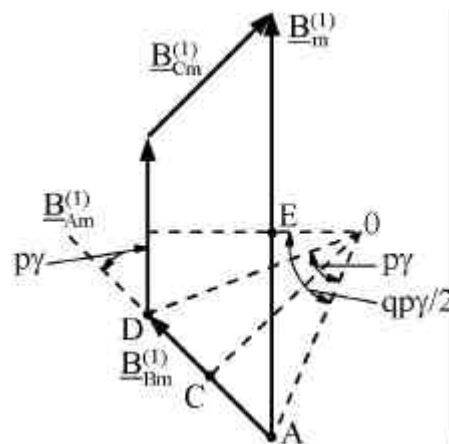


Figura 2.15

Câmp magnetic pulsatoriu obținut într-o înfasurare de tipul: $m = 1; \Omega = 0; q > 1; 2p > 2; y < \tau$.

Tot în scopul reducerii armonicilor superioare din curba inducției magnetice din întrefierul masinilor electrice de c.a. se utilizează foarte frecvent *înfasurări cu pas scurtat* ($y < \tau$). În toate cazurile prezentate anterior înfasurarea cu care se obținea câmpul magnetic pulsatoriu era realizată cu pas diametral $y = \tau$.

Pentru a evidenția obținerea câmpului magnetic pulsatoriu cu ajutorul înfasurarilor cu pas scurtat, vom considera o armatură tip stator cu: $2 \cdot p = 4; q = 3$; și $Z = 2 \cdot m \cdot p \cdot q = 36$ creștături pentru o înfasurare trifazată ($m = 3$), dar noi vom considera numai o singură înfasurare de fază din cele trei. Dacă s-ar realiza înfasurarea cu pas diametral, pasul înfasurării va fi:

$$y = \tau = \frac{Z}{2 \cdot p} = \frac{36}{4} = 9 \text{ creștături.}$$

Se realizăm însă înfasurarea cu pas scurtat: $y = 8$ creștături (am scurtat pasul înfasurării cu o creștătură). În figura 2.16 s-a reprezentat această înfasurare realizată în dublu strat.

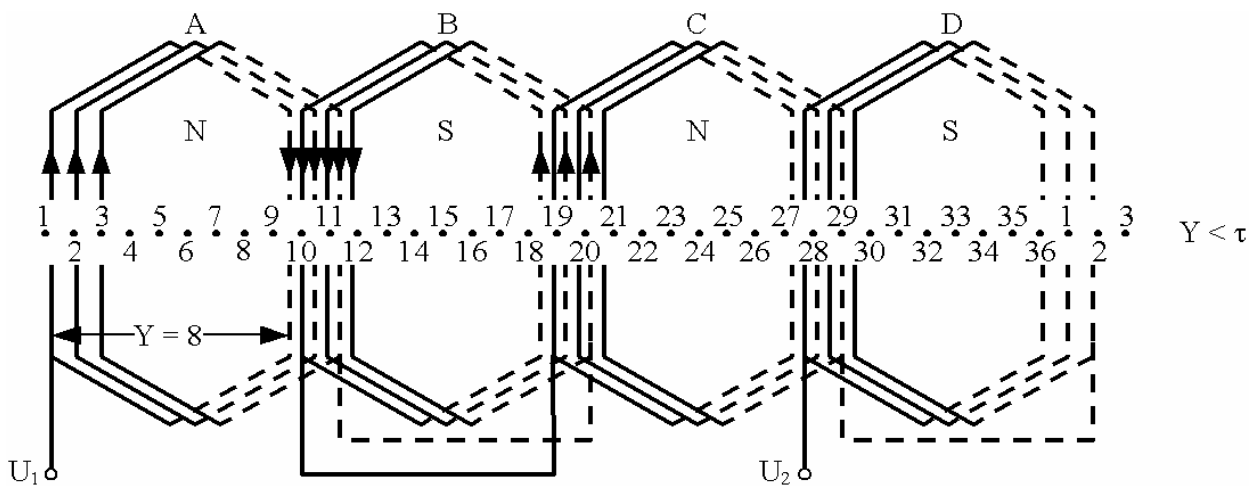


Figura 2.16

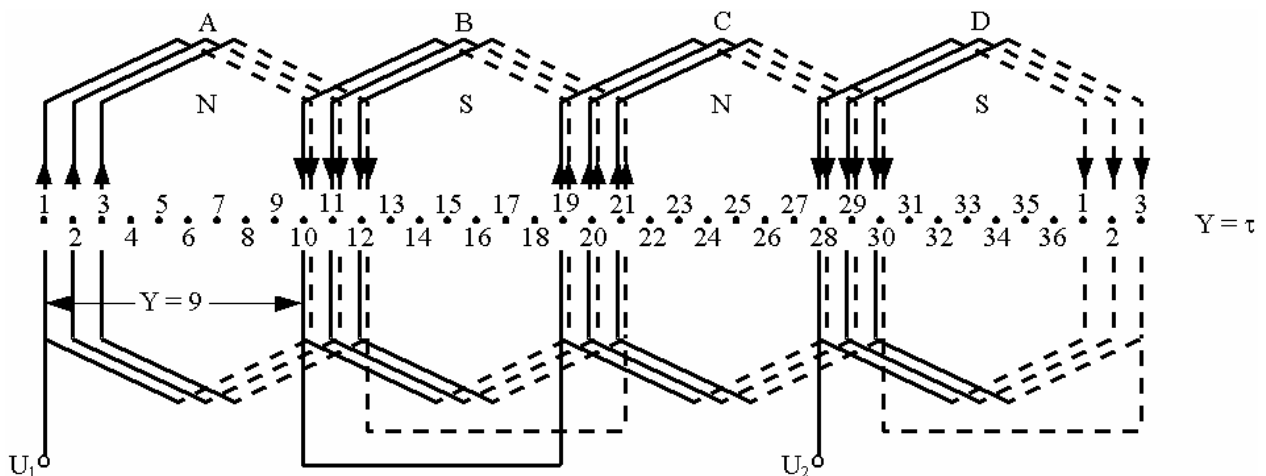


Figura 2.17

Pentru a putea înțelege ce forma de variație va avea câmpul magnetic în această înfășurare, să examinăm și înfășurarea reprezentată în figura 2.17. Se observă că cele două înfășurări au același număr de spire care sunt parcurse de același curent, au aceeași repartitie a creșterilor la periferia interioară a statorului și în creștături corespunzătoare sensul curentului din conductoare este același. Având în vedere toate aceste constatări se poate afirma că forma câmpului magnetic produs de cele două înfășurări este identică. Altfel spus cele două înfășurări sunt echivalente. Vom studia deci înfășurarea din figura 2.17 care, după cum se observă, este formată prin înserierea bobinelor A, B, C și D care au pas diametral.

Câmpul magnetic rezultat se determină ușor remarcând că bobinele A și C produc o inducție magnetică în trepte B_{AC} , iar bobinele B și D produc o inducție magnetică B_{BD} tot în trepte, identică cu inducția B_{AC} , dar decalată cu o creștătură spre stânga (figura 2.13).

Inducția rezultantă (linie îngrosată) este mai apropiată de o sinusoidă decât inducția magnetică din cazul precedent (figura 2.14). Se obține deci o înabusire suplimentară a armonicilor superioare din curba inducției magnetice din întrefier.

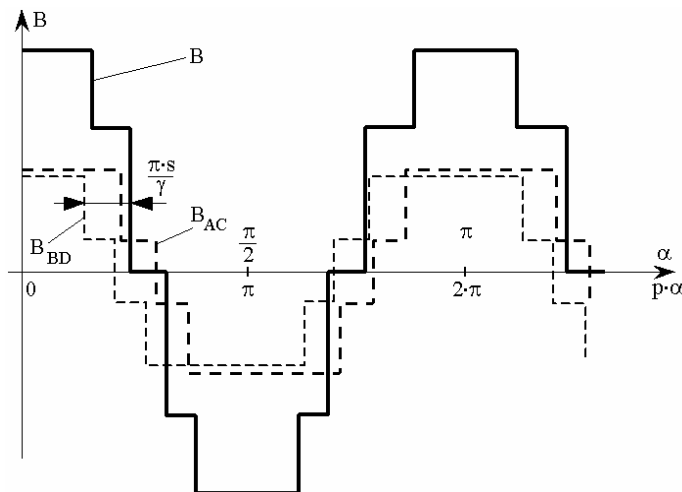


Figura 2.18

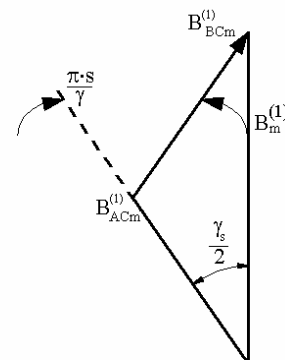


Figura 2.19

Pentru determinarea armonicilor fundamentale a inducției rezultante, vom însuma armonicile fundamentale ale inducțiilor B_{AC} și B_{BD} care au aceeași amplitudine, dar sunt decalate în spațiu cu unghiul electric corespunzător deplasării spre stânga a bobinelor B și D. Cele două inducții B_{AC} și B_{BD} sunt de tipul câmpurilor pulsatorii obținute în înfășurările cu pas diametral studiate anterior.

Armonica fundamentală a inducției rezultante va fi deci:

$$B^{(1)} = B_{AC}^{(1)} + B_{BD}^{(1)};$$

sau făcând apel la diagrama fazorială din figura 2.19 se obține:

$$B_m^{(1)} = 2 \cdot B_{ACm}^{(1)} \cdot \cos \frac{\gamma_s}{2} = 2 \cdot B_{ACm}^{(1)} \cdot \cos \frac{\pi \cdot s}{2 \cdot \tau}; \quad (2.14)$$

unde unghiul γ_s corespunzator unei scurtari "s" este evident $\gamma_s = \frac{\pi \cdot s}{\tau}$. Se noteaza:

$$k_s^{(1)} = \cos \frac{\pi \cdot s}{2 \cdot \tau}, \quad (2.15)$$

numit *factor de scurtare* a pasului înfășurării și relația (2.14) se mai poate scrie:

$$B_m^{(1)} = 2 \cdot B_{ACm} \cdot k_s^{(1)}. \quad (2.16)$$

Relația (2.16) ne arată că prin scurtarea pasului, se reduce amplitudinea inducției rezultante (factorul de scurtare k_s fiind tot timpul subunitar) dar se obține totodată o reducere substanțială a armonicilor de ordin superior. Expresia armonice fundamentale a inducției magnetice rezultante în raport cu amplitudinea sa va fi:

$$B^{(1)}(\alpha, t) = B_m^{(1)} \cdot k_s^{(1)} \cdot \cos \omega \cdot t \cdot \cos p \cdot \alpha. \quad (2.17)$$

Pentru armonicile superioare, expresia factorului de scurtare va fi:

$$k_s^{(v)} = \cos \frac{v \cdot \pi \cdot s}{2 \cdot \tau}. \quad (2.18)$$

În tabelul 2.2 se indică valorile factorului de scurtare pentru diversi v și pentru diverse valori ale raportului $\frac{s}{\tau}$:

Tabelul 2.2

$\frac{s}{\tau}$	$k_s^{(1)}$	$k_s^{(3)}$	$k_s^{(5)}$	$k_s^{(9)}$
0	1	1	1	1
0,112	0,985	0,866	0,643	0,342
0,17	0,966	0,707	0,259	0,259
0,22	0,940	0,5	0,173	0,766
0,28	0,906	0,259	0,574	0,996
0,33	0,866	0	0,866	0,866

Combinând scurtarea pasului înfășurării cu repartizarea înfășurării în mai multe creștături pe pol se obține o inducție magnetică mult mai apropiată de o sinusoidă, deci o reducere masivă a armonicilor superioare.

Totodată, înfășurările cu pas scurtat duc și la o economie de material activ (cupru), deschiderea bobinelor fiind mai mică.

Nu trebuie uitat, însă, faptul că odată cu reducerea armonicilor se reduce într-o mică măsură și amplitudinea armonice fundamentale utile.

Expresia generala a inducției magnetice în întrefier tinând seama atât de repartizarea înfasurării cât și de scurtarea pasului se poate scrie:

$$B(\alpha, t) = \sum_{v=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{\frac{v-1}{2}} \cdot B_m^{(v)} \cdot \cos \omega \cdot t \cdot \cos v \cdot p \cdot \alpha \quad (2.19)$$

în care amplitudinea armonicei v , $B_m^{(v)}$ are expresia:

$$B_m^{(v)} = \frac{2 \cdot \mu_0 \cdot N \cdot k_q^{(v)} \cdot k_s^{(v)} \cdot I_m}{v \cdot \pi \cdot p \cdot \delta} \quad (2.20)$$

unde:

$$k_q^{(v)} = \frac{\sin q \frac{v \cdot p \cdot \gamma}{2}}{q \cdot \sin \frac{p \cdot \gamma}{2}}; \quad k_s^{(v)} = \cos \frac{\pi \cdot s}{2 \cdot \tau} \quad (2.21)$$

În particular, amplitudinea armonicii fundamentale a inducției magnetice în întrefierul masinilor electrice de c.a. are expresia:

$$B_m^{(1)} = \frac{2 \cdot \mu_0 \cdot N \cdot k_q^{(1)} \cdot k_s^{(1)} \cdot I_m}{\pi \cdot p \cdot \delta} \quad (2.22)$$

De obicei se notează:

$$k_s^{(v)} \cdot k_q^{(v)} = k_N^{(v)} \quad (2.23)$$

care poartă denumirea de *factor de înfasurare*.

Mai există și alte metode de a reduce armonicele superioare ale câmpului magnetic cum ar fi prin repartizarea neuniformă a spirelor în crestături sau înclinarea crestăturilor în raport cu generatoarea suprafeței interioare a statorului, metode care sunt mai greu de realizat din punct de vedere tehnologic.

2.1.2 Câmpuri magnetice rotitoare

Câmpul magnetic rotitor (învârtitor) circular, se produce în întrefierul masinilor electrice fie pe cale mecanică, prin rotirea unui sistem de magneti permanenți sau de electromagnet excitati în curent continuu, fie pe cale electrică, cu ajutorul unui sistem simetric de înfasurări polifazate (de obicei trifazate) parcurs de curenți polifazati simetrici.

Câmp magnetic rotitor obținut pe cale mecanică

Acest câmp se obține cu ajutorul unei armaturi mobile (în mișcare de rotație), pe care se află o înfasurare strabatută de curent continuu (de fapt un electromagnet cu $2p$ poli).

Armaturile care poarta înfasurarile de c.c. pot avea doua forme constructive:

- cu poli aparenti;
- cu poli înecati.

În figura 2.20 s-a reprezentat o armatura cu poli aparenti, tip rotor cu $2p = 4$ poli. Acesti poli sunt obtinuti cu ajutorul unor bobine înfasurate în jurul unor miezuri de fier construite din tole. Fiecare pol se termina cu o piesa polara în dreptul careia întrefierul este practic constant, în rest fiind mult mai mare. Se poate spune astfel ca întrefierul are în raport cu coordonata α periodicitatea:

$$\delta(\alpha) = \delta \left(\alpha + \frac{\pi}{p} \right) \quad (2.24)$$

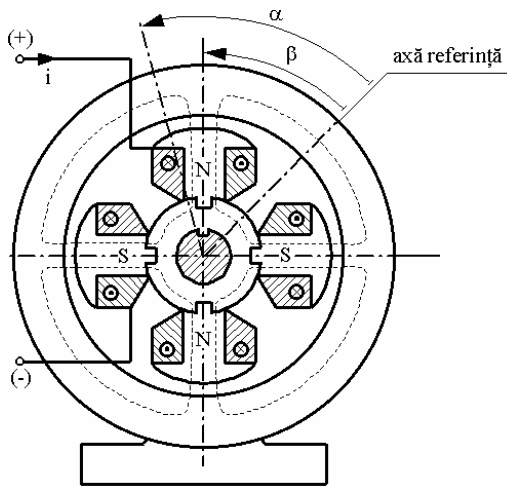


Figura 2.20

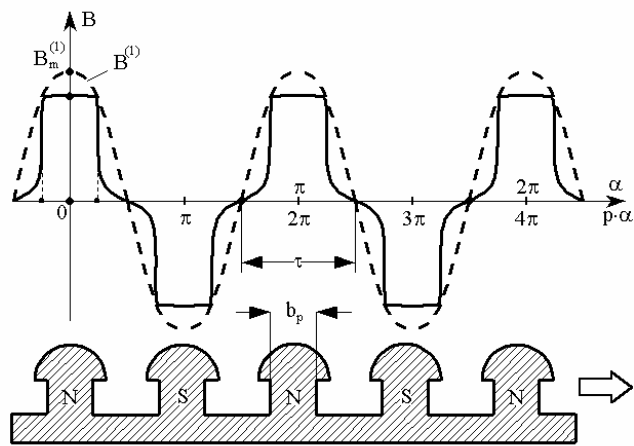


Figura 2.21

Înfășurarile (bobinele) sunt legate în serie în așa fel încât prin trecerea unui curent constant în timp să se obțină o coroană de poli alternativi.

Forma de variație a inducției magnetice produsă de această armatură s-a reprezentat în figura 2.21. Dacă se descompune în serie Fourier inducția magnetică astfel definită $B(\alpha)$ se obține pentru amplitudinea armonicei fundamentale expresia:

$$B_m^{(1)} = \frac{2}{\pi} \cdot \int_{-\xi \frac{\pi}{2}}^{+\xi \frac{\pi}{2}} B_0 \cdot \cos \alpha d\alpha = \frac{4}{\pi} \cdot B_0 \cdot \sin \frac{\xi \cdot \pi}{2} = k_f^{(1)} \cdot \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{\delta} \quad (2.25)$$

unde:

- $k_f^{(1)} = \frac{4}{\pi} \cdot \sin \frac{\xi \cdot \pi}{2}$ - se numește *factor de forma al curbei câmpului magnetic*;

- $\xi = \frac{b_p}{\tau}$ - este *factorul de acoperire a polului*, b_p fiind lățimea polului.

De remarcat că la descompunerea în serie s-a considerat nula inducția magnetică între poli.

În mod analog se pot calcula și amplitudinile armonicilor superioare, dar în practica ele se neglijează deoarece se caută ca prin mărirea treptată a întrefierului spre capetele pieselor polare să se ajungă la o repartitie a inducției la periferia armaturii cât mai aproape de o sinusoidă.

Dacă armatura de tip rotor din figura 2.20 o rotim cu o viteză unghiulară Ω (îți furnizăm energie mecanică din afară), atunci unghiul β făcut de axa polului Nord cu o axă oarecare de referință fixă devine o funcție de timp, astfel inducția B va depinde de timp:

$$B^{(1)}(\alpha, t) = B_m^{(1)} \cdot \cos p \cdot (\alpha - \beta) = B_m^{(1)} \cos (p \cdot \alpha - p \cdot \Omega \cdot t). \quad (2.26)$$

Dacă se notează: $p \cdot \Omega = \omega$ - pulsația inducției, atunci relația (2.26) devine:

$$B^{(1)}(\alpha, t) = B_m^{(1)} \cos (p \cdot \alpha - \omega \cdot t) \quad (2.27)$$

(pentru $\alpha = \beta$ punctul se află în axa polului Nord, $B(\alpha, t) = B_m^{(1)}$).

Expresia (2.27) pune în evidență un câmp magnetic de inducție rotitor. Într-adevăr, valoarea maximă a inducției, ocupă la momente succesive toate punctele întrefierului, deplasându-se în spațiu cu viteza unghiulară Ω (figura 2.22). Se poate asocia astfel câmpul magnetic rotitor unei unde progresive.

Armonica de ordin v a inducției rotitoare are expresia:

$$B^{(v)}(\alpha, t) = B_m^{(v)} \cos (v \cdot p \cdot \alpha - v \cdot \omega \cdot t) = \frac{k_f^{(v)} \cdot \mu_0 \cdot N \cdot I}{\delta} \cdot \cos (v \cdot p \cdot \alpha - v \cdot \omega \cdot t) \quad (2.28)$$

și se rotește în spațiu cu aceeași viteză unghiulară Ω dar are de v ori mai mulți poli față de armonica fundamentală și un pas polar $\tau_v = \frac{\tau}{v}$.

Un câmp magnetic rotitor asemănător obținem și cu ajutorul unei armaturi de tip rotor cu *poli înecați* (figura 2.23). În acest caz la periferia armaturii se află creștături în care se introduc înfășurări de curent continuu.

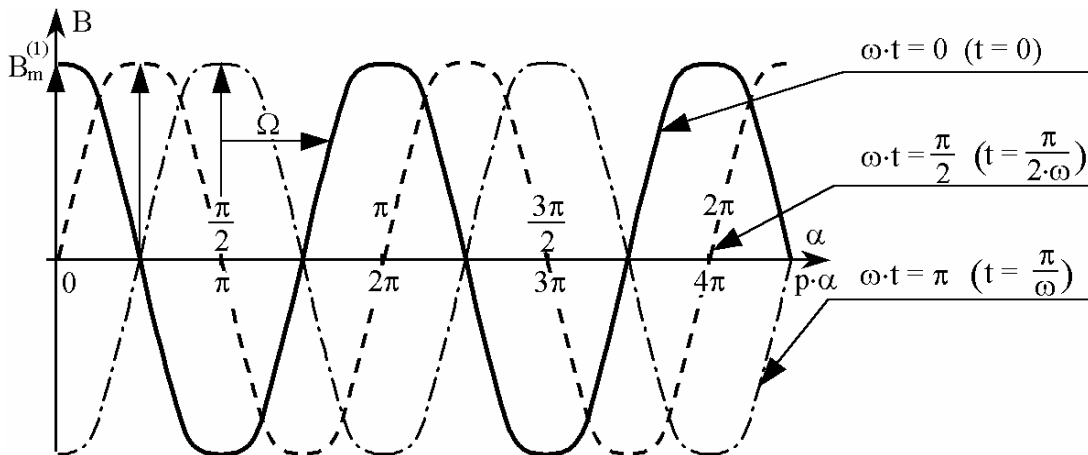


Figura 2.22

Forma de variatie a câmpului de inductie în spatiu s-a reprezentat în figura 2.24. Se observa în acest caz o mai mare apropiere de o sinusoida, si deci un continut mai sarac de armonici superioare.

Toate relatiile stabilite la armatura cu poli aparenti ramân valabile si la cea cu poli înecati, modificându-se doar $k_f^{(1)}$.

Armaturile cu poli aparenti se folosesc la masini sincrone cu viteze mici de rotatie (sub 1000 rot/min) cum ar fi hidrogenatoarele sincrone, datorita pericolului de smulgere a pieselor polare sub actiunea fortelor centrifuge.

Armaturile cu poli înecati se folosesc la masini sincrone cu viteze mari de rotatie (peste 1000 rot/min) cum ar fi turbogeneratoarele sincrone.

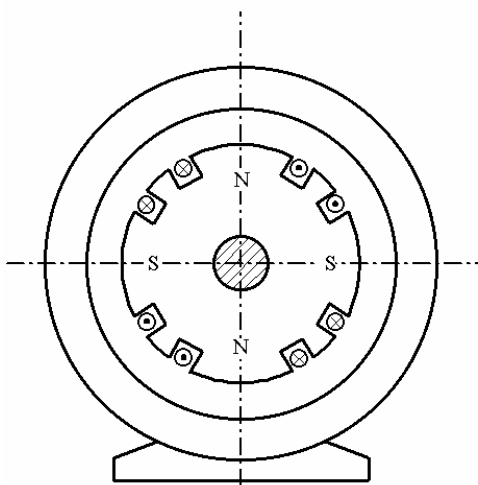


Figura 2.23

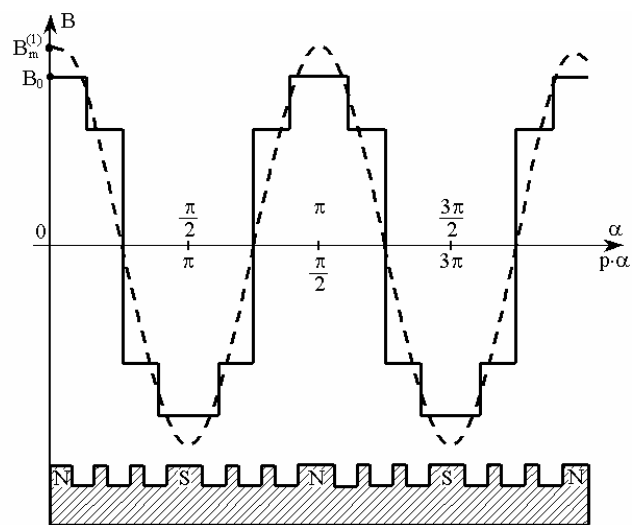


Figura 2.24

Câmp magnetic rotitor obținut pe cale electrica

Câmpul magnetic rotitor poate fi obținut și cu ajutorul unei armături tip stator pe care se afla o înfasurare polifazata (în practica trifazata sau bifazata) strabatuta de un sistem simetric polifazat de curenti alternativi. În practica acest procedeu este des întâlnit la masinile de c.a. cum ar fi masina asincrona și masina sincrona.

Pentru a vedea cum se produce un astfel de câmp vom considera o armatura statorica pe care se afla o înfasurare de tipul: $m = 3; \Omega = 0; 2 \cdot p = 2; q = 1; y = \tau$. Aceasta armatura este reprezentata în figura 2.25 și este strabatuta de un sistem trifazat simetric de curenti alternativi:

$$\begin{aligned} i_U &= I_m \cdot \cos \omega \cdot t; \\ i_V &= I_m \cdot \cos \left(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3} \right); \\ i_W &= I_m \cdot \cos \left(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3} \right). \end{aligned} \quad (2.29)$$

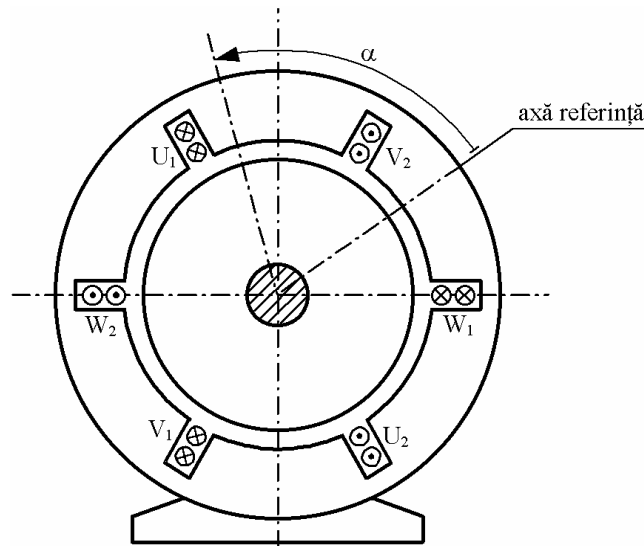


Figura 2.25

Fiecare dintre acești curenți, strabatând înfășurarile lor de fază, va produce câte un câmp magnetic pulsatoriu de inducție magnetică. Armonicile fundamentale ale acestor câmpuri au expresiile:

$$\begin{aligned} B_U^{(1)} &= B_m^{(1)} \cdot p \cdot \alpha \cdot \cos \omega \cdot t; \\ B_V^{(1)} &= B_m^{(1)} \cdot \cos\left(p \cdot \alpha - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right); \\ B_W^{(1)} &= B_m^{(1)} \cdot \cos\left(p \cdot \alpha - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Relatiile (2.30) se mai pot scrie:

$$\begin{aligned} B_U^{(1)} &= \frac{B_m^{(1)}}{2} \cdot \cos(p \cdot \alpha - \omega \cdot t) + \frac{B_m^{(1)}}{2} \cdot \cos(p \cdot \alpha + \omega \cdot t); \\ B_V^{(1)} &= \frac{B_m^{(1)}}{2} \cdot \cos(p \cdot \alpha - \omega \cdot t) + \frac{B_m^{(1)}}{2} \cdot \cos\left(p \cdot \alpha + \omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right); \\ B_W^{(1)} &= \frac{B_m^{(1)}}{2} \cdot \cos(p \cdot \alpha - \omega \cdot t) + \frac{B_m^{(1)}}{2} \cdot \cos\left(p \cdot \alpha + \omega \cdot t - \frac{8 \cdot \pi}{3}\right). \end{aligned} \quad (2.31)$$

Pentru un punct din întrefier și la un moment dat câmpul magnetic rezultat va avea expresia:

$$B^{(1)}(\alpha, t) = B_U^{(1)} + B_V^{(1)} + B_W^{(1)} = \frac{3}{2} \cdot B_m^{(1)} \cdot \cos(p \cdot \alpha - \omega \cdot t) \quad (2.32)$$

sau înlocuind expresia amplitudinii $B_m^{(1)}$ din relația (2.22) se obține:

$$B^{(1)}(\alpha, t) = \frac{3 \cdot \mu_0 \cdot N \cdot k_N^{(1)} \cdot I_m}{2 \cdot \pi \cdot p \cdot \delta} \cdot \cos(p \cdot \alpha - \omega \cdot t). \quad (2.32')$$

Relația (2.32) reprezintă expresia unui câmp magnetic rotitor care se caracterizează prin:

- **viteza unghiulara Ω sau turatia** $n = \frac{\Omega}{2 \cdot \pi}$ a câmpului depinde de pulsatia (frecventa)

curentilor alternativi care circula prin înfasurare:

$$\Omega = \frac{\omega}{p} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p}; ; \quad n = \frac{60 \cdot f}{p} [\text{rot} / \text{min}]; \quad (2.33)$$

unde Ω sau n se numesc viteza unghiulara, respectiv, turatie de *sincronism* si depind de frecventa si de numarul de poli. La frecventa industriala $f = 50\text{Hz}$, relatia (2.33) se scrie:

$$n = \frac{3000}{p} [\text{rot} / \text{min}].$$

Având în vedere ca numarul de perechi de poli p nu poate avea decât o variatie discreta ($p=1, 2, 3, \dots$) rezulta ca se obtin, pentru turatia de sincronism, urmatoarele valori posibile (tabelul 2.3):

Tabelul 2.3

p	1	2	3	4	5	6	8	10
n[rot/min]	3000	1500	1000	730	600	500	375	300

- **amplitudinea inductiei rotitoare** este mai mare de $\frac{3}{2}$ ori decât amplitudinea inductiei pe o faza; (în cazul general m -fazat va fi de $\frac{m}{2}$ ori mai mare decât amplitudinea inductiei pe faza).

- **inductia rezultanta rotitoare** se suprapune peste inductia unei faze, când aceasta este maxima. Într-adevar la momentul $t = 0$; $i_A = I_m$; $B_U^{(1)} = B_m \cdot \cos p \cdot \alpha$; $B^{(1)} = \frac{3}{2} \cdot B_m^{(1)} \cdot \cos p \cdot \alpha$, deci $B_U^{(1)}$ si $B^{(1)}$ au aceeasi pozitie în spatiu.

- **sensul de rotatie al inductiei rezultante** coincide cu sensul succesiunii fazelor. Aceasta proprietate rezulta din proprietatea precedenta.

Daca se procedeaza în mod analog si pentru armonicele de ordin superior, se obtine pentru armonica v a inductiei magnetice rezultante expresia:

$$B^{(v)}(\alpha, t) = B_m^{(v)} \left\{ \cos(\omega \cdot t - v \cdot p \cdot \alpha) + \cos \left[\omega \cdot t - v \cdot p \cdot \alpha + (v-1) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3} \right] + \right. \\ \left. + \cos \left[\omega \cdot t - v \cdot p \cdot \alpha + (v-1) \cdot \frac{4 \cdot \pi}{3} \right] + \cos(\omega \cdot t + v \cdot p \cdot \alpha) + \right. \\ \left. + \cos \left[\omega \cdot t + v \cdot p \cdot \alpha - (v+1) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3} \right] + \cos \left[\omega \cdot t + v \cdot p \cdot \alpha - (v+1) \cdot \frac{4 \cdot \pi}{3} \right] \right\}. \quad (2.34)$$

Dupa cum se poate observa la armonicile de ordin $v = 3, 9, 15, \dots, 6 \cdot k + 3$, câmpul magnetic rezultat este nul. Asadar câmpul magnetic rotitor nu contine armonica 3 care este cea mai importanta ca marime dupa armonica fundamentala. Variatia în spatiu a câmpului magnetic rezultat este, deci, mai aproape de sinusoida decât câmpul magnetic al unei înfasurari de faza.

Armonicile $v = 7, 13, 19, \dots, 6 \cdot k + 1$ ale câmpului rezultat au expresia:

$$B^{(v)}(\alpha, t) = \frac{3}{2} \cdot B_m^{(v)} \cdot \cos(\omega \cdot t - v \cdot p \cdot \alpha); \quad v = 6 \cdot k + 1 \quad (2.35)$$

si sunt, deci, câmpuri învârtitoare de acelasi sens cu armonica fundamentala având viteza unghiulara $\Omega^{(v)} = \frac{\omega}{p \cdot v}$.

Armonicile $v = 5, 11, 17, \dots, 6 \cdot k - 1$ ale câmpului rezultat au expresia:

$$B^{(v)}(\alpha, t) = \frac{3}{2} \cdot B_m^{(v)} \cdot \cos(\omega \cdot t + v \cdot p \cdot \alpha); \quad v = 6 \cdot k - 1 \quad (2.36)$$

si sunt, deci, câmpuri învârtitoare cu sens de rotatie contrar armoniceii fundamentale având viteza unghiulara $\Omega^{(v)} = -\frac{\omega}{p \cdot v}$.

Câmpuri magnetice rotitoare se pot obtine si cu ajutorul unei înfasurari monofazate strabatute de curent alternativ. Asa cum s-a vazut într-o astfel de înfasurare se obtine un câmp magnetic pulsatoriu a carei armonica fundamentala este:

$$B^{(1)} = B_m^{(1)} \cdot \cos p \cdot \alpha \cdot \cos \omega \cdot t = \frac{1}{2} \cdot B_m^{(1)} \cdot \cos(p \cdot \alpha - \omega \cdot t) + \frac{1}{2} \cdot B_m^{(1)} \cdot \cos(p \cdot \alpha + \omega \cdot t)$$

expresia fiind obtinuta cu ajutorul unei identitati din trigonometrie. Se obtin astfel doua câmpuri rotitoare de amplitudini egale care se rotesc în sensuri opuse cu aceeasi viteza.

Deci un câmp magnetic pulsatoriu este echivalent cu doua câmpuri rotitoare ce au amplitudinea egala cu jumatate din amplitudinea câmpului pulsatoriu, si care se rotesc cu aceeasi viteza în sensuri contrare.

2.2 Tensiuni electromotoare în masinile de curent alternativ

Câmpurile magnetice rotitoare pot produce fata de înfasurari fixe sau mobile fluxuri magnetice variabile în timp. În acest fel, în aceste înfasurari se vor induce t.e.m. Vom prezenta acest fenomen considerând cazurile:

- T.e.m. induse în înfasurari monofazate fixe;
- T.e.m. induse în înfasurari monofazate mobile;
- T.e.m. induse în înfasurari trifazate fixe;
- T.e.m. induse în înfasurari trifazate mobile.

T.e.m. induse în înfășurările monofazate fixe

Sa consideram o înfășurare monofazata de tipul: $m = 1; 2 \cdot p = 2; q = 1; \Omega = 0; y = \tau$ dispusa pe armatura rotorica în crestaturi si aflata sub actiunea unui câmp magnetic învârtitor produs de curenti trifazati având tot $2 \cdot p = 2$ (figura 2.26). Acest câmp învârtitor inductor se rotește într-un anumit sens, cu viteza unghiulara Ω_1 în raport cu o axa fixa referinta.

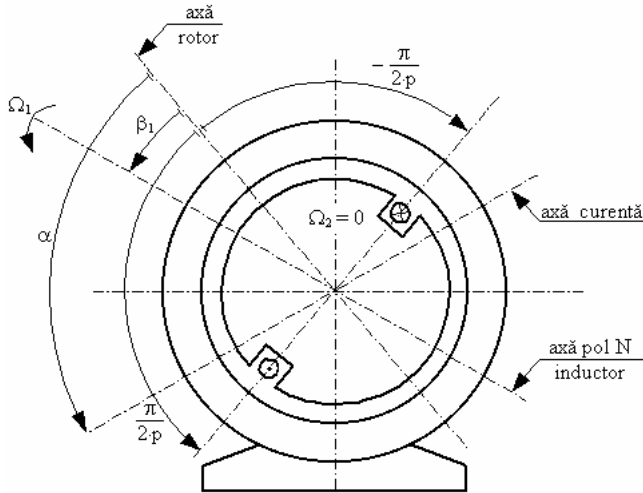


Figura 2.26

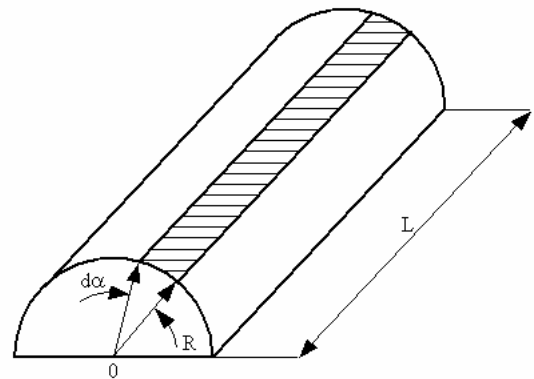


Figura 2.27

Armonica fundamentala a câmpului magnetic inductor obtinut în stator are conform celor aratate anterior expresia:

$$B_1 = B_{1m} \cdot \cos(p \cdot \alpha - \omega_1 \cdot t).$$

Fluxul magnetic produs de acest câmp în raport cu o suprafata care se sprijina pe înfășurarea indusa de pe rotor va fi:

$$\psi_2 = \iint_{\Sigma} \overline{B_1} \cdot \overline{dA} = B_{1m}^{(1)} \cdot L \cdot R \cdot \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{+\frac{\pi}{2p}} \cos(p\alpha - \omega_1 t) d\alpha \quad (2.37)$$

unde:

- elementul de arie $dA = L \cdot R d\alpha$ (fig.2.27);
- L - lungimea rotorului;
- R- raza rotorului.

Observatie: - limitele integralei s-au luat fata de axa de referinta care este si axa de simetrie a înfășurarii.

Calculând integrala se obtine fluxul fascicular printr-o spira:

$$\psi_2^{(1)} = \frac{2}{p} \cdot B_{1m}^{(1)} \cdot L \cdot R \cdot \cos \omega_1 \cdot t \quad (2.38)$$

Daca notam: $\psi_{2m} = \frac{2}{p} \cdot B_{1m} \cdot L \cdot R$ atunci relatia (2.38) devine:

$$\Psi_2 = \Psi_{2m} \cdot \cos \omega_1 \cdot t. \quad (2.39)$$

Folosind relatiile: $\tau = \frac{\pi \cdot R}{p}$; $B_{1med} = \frac{2}{\pi} \cdot B_{1m}$; $A = L \cdot \tau$, se obtine pentru amplitudinea

fluxului expresia:

$$\Psi_{2m} = A \cdot B_{1med}. \quad (2.40)$$

Relatia (2.39) ne arata ca un câmp învârtitor având viteza de rotatie Ω_1 produce fata de o înfasurare fixa un flux magnetic variabil în timp cu pulsatia $\omega_1 = p \cdot \Omega_1$, sau frecventa

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi} = p \cdot n_1.$$

Frecventa fluxului va depinde, deci, de turatia câmpului învârtitor si de numarul de perechi de poli ai înfășurării.

Fluxul total care va strabate toate spirele înfășurării plasate în cele doua crestaturi va fi:

$$\Psi_2 = p \cdot N_c \cdot \Psi_{2m} \cdot \cos \omega_1 \cdot t = N_2 \cdot \Psi_{2m} \cdot \cos \omega_1 \cdot t \quad (2.41)$$

unde: - $p \cdot N_c = N_2$ pentru $q=1$;

- N_2 – numarul de spire;

T.e.m. indusa în înfasurare de fluxul Φ_2 va fi:

$$e_2 = -\frac{d\Psi_2}{dt} = N_2 \cdot \omega_1 \cdot \Psi_{2m} \cdot \sin \omega_1 \cdot t = E_{2m} \sin \omega_1 \cdot t \quad (2.42)$$

unde s-a notat amplitudinea t.e.m.: $E_{2m} = N_2 \cdot \omega_1 \cdot \Psi_{2m}$.

Valoarea efectiva a t.e.m. induse va fi:

$$E_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{2}} \cdot f_1 \cdot N_2 \cdot \Psi_{2m} = 4,44 \cdot N_2 \cdot f_1 \cdot \Psi_{2m}. \quad (2.43)$$

Relatia obtinuta este asemanatoare cu cea obtinuta pentru t.e.m. induse în secundarul transformatoarelor (1.5).

Expresia (2.42) ne arata ca un câmp magnetic învârtitor induce într-o înfasurare monofazata fixa o t.e.m. alternativa având aceeași pulsatie ca si cea a câmpului inductor.

T.e.m. se induc si de catre armonicele superioare ale câmpului învârtitor inductor; astfel pentru armonica v obtinem relatia:

$$E_2^{(v)} = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{2}} \cdot N_2 \cdot v \cdot f_1 \cdot \Psi_{2m}^{(v)}. \quad (2.44)$$

Considerând cazul general al înfășurării monofazate ($2 \cdot p > 2; q > 1; y < \tau$) valoarea efectiva a t.e.m. induse va fi efectuata de factorul de înfasurare $k_N^{(v)}$ (2.23), deci:

$$E_2^{(v)} = 4,44 \cdot k_N^{(v)} \cdot N_2 \cdot f_1 \cdot \Psi_{2m}^{(v)}. \quad (2.45)$$

T.e.m. induse în înfasurari monofazate mobile

Vom presupune acum ca înfasurarea monofazata de pe rotor se rotește cu o viteză unghiulară Ω_2 în același sens cu viteza unghiulară de sincronism a câmpului magnetic învârtitor statoric.

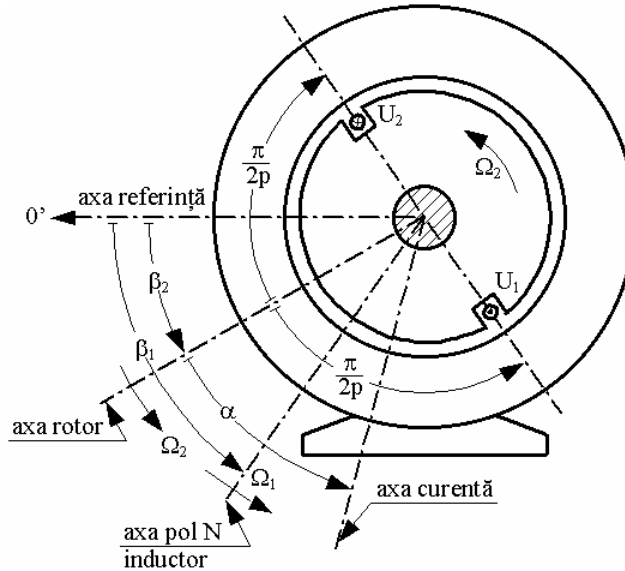


Figura 2.28

Cu notațiile din figura 2.28 se poate scrie:

$$B_1^{(v)}(\alpha, t) = B_{1m}^{(v)} \cos [p \cdot \alpha - p \cdot (\beta_1 - \beta_2)]. \quad (2.46)$$

Într-adevăr între axa polului Nord al inductorului și o axă ce trece prin punctul M de coordonata unghiulară α avem unghiul $\alpha - (\beta_1 - \beta_2)$.

Presupunând $\Omega_1 \neq \Omega_2$ câmpul magnetic rotitor de inducție va produce față de înfasurarea de pe rotor un flux Ψ_2 :

$$\begin{aligned} \Psi_2^{(1)} &= N_2 \cdot k_N \cdot \iint_{\Sigma} \bar{B}^{(1)} \cdot d\bar{A} = N_2 \cdot k_N \cdot \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{+\frac{\pi}{2p}} L \cdot R \cdot B_{1m}^{(1)} \cdot \cos [p \cdot \alpha - p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t] d\alpha = \\ &= N_2 \cdot k_N^{(1)} \cdot \Psi_{2m}^{(1)} \cdot \cos (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t \end{aligned} \quad (2.47)$$

unde: $\beta_1 = \Omega_1 \cdot t$; $\beta_2 = \Omega_2 \cdot t$; Ψ_{2m} s-a definit anterior (2.40).

Acest flux va induce în înfasurarea monofazată în mișcare t.e.m. având expresiile:

$$e_2^{(1)} = N_2 \cdot k_N^1 \cdot \Psi_{2m}^{(1)} \cdot p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot \sin p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t; \quad (2.48)$$

$$e_2^{(1)} = E_{2m}^{(1)} \cdot \sin [p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t]; \quad (2.49)$$

$$E_2^{(1)} = \frac{E_{2m}^{(1)}}{\sqrt{2}} = \frac{N_2}{\sqrt{2}} k_N^1 \Psi_{2m} p (\Omega_1 - \Omega_2) \quad (2.50)$$

Din expresiile (2.49) se vede ca pulsatia t.e.m. induse într-o înfasurare monofazata aflata în miscare depinde de diferenta vitezelor unghiulare, când se rotește în același sens cu câmpul învârtitor, sau de suma acestora când se rotește în sens contrar. Deci:

$$\omega = p \cdot (\Omega_1 + \Omega_2); \quad (2.51)$$

$$e_2^{(1)} = E_{2m}^{(1)} \cdot \sin \omega \cdot t. \quad (2.52)$$

Din relatia (2.50) se vede ca și valoarea efectiva a t.e.m. induse depinde de viteza relativa dintre câmpul rotitor și înfasurare. Modificând viteza de rotatie a înfasurarii în care se induce t.e.m. putem obtine o t.e.m. de frecventa și amplitudine variabile.

În teoria masinilor electrice de c.a. se introduce notiunea de *alunecare*, definita ca fiind:

$$s = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad \text{sau în procente} \quad s[\%] = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \cdot 100 \quad (2.53)$$

Alunecarea s reprezinta diferenta relativa dintre viteza de sincronism și viteza rotorului.

- Daca rotorul este fix: $s = 1$ și regasim cazul înfasurarii fixe în care se induce o t.e.m. de aceeași pulsatie ca și cea a câmpului învârtitor.
- Daca $\Omega_1 = \Omega_2 \Rightarrow s = 0$ rotorul se învârte sincron cu câmpul învârtitor, fluxul magnetic devine invariabil în timp fata de rotor și deci t.e.m. indusa va fi nula.

Expresiile (2.49) și (2.50) se pot scrie și în functie de alunecare:

$$e_2^{(1)} = E_{2m}^{(1)} \cdot \sin(s \cdot p \cdot \Omega_1 \cdot t) = E_{2m}^{(1)} \cdot \sin(s \cdot \omega_1 \cdot t); \quad (2.54)$$

$$E_2^{(1)} = \frac{N}{\sqrt{2}} \cdot k_N^{(1)} \cdot \Psi_{2m}^{(1)} \cdot s \cdot p \cdot \Omega_1. \quad (2.55)$$

T.e.m. induse în înfasurari trifazate fixe

Consideram ca pe armatura tip rotor din figura 2.29 se afla o înfasurare trifazata de tipul: $m = 3; 2 \cdot p = 2; \Omega_2 = 0; q = 1; y = \tau$; înfasurare aflata în câmpul învârtitor inductor din stator a carei armonica fundamentala are expresia:

$$B_1^{(1)} = B_{1m}^{(1)} \cdot \cos(p \cdot \alpha - \omega_1 \cdot t). \quad (2.56)$$

Acest câmp va produce fata de cele trei înfasurari de faza sistemul trifazat simetric de fluxuri:

$$\begin{aligned} \Psi_{2U}^{(1)} &= N_2 \cdot k_N^{(1)} \cdot \Psi_{2m}^{(1)} \cdot \cos \omega_1 \cdot t; \\ \Psi_{2V}^{(1)} &= N_2 \cdot k_N^{(1)} \cdot \Psi_{2m}^{(1)} \cdot \cos\left(\omega_1 \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right); \\ \Psi_{2W}^{(1)} &= N_2 \cdot k_N^{(1)} \cdot \Psi_{2m}^{(1)} \cdot \cos\left(\omega_1 \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right). \end{aligned} \quad (2.57)$$

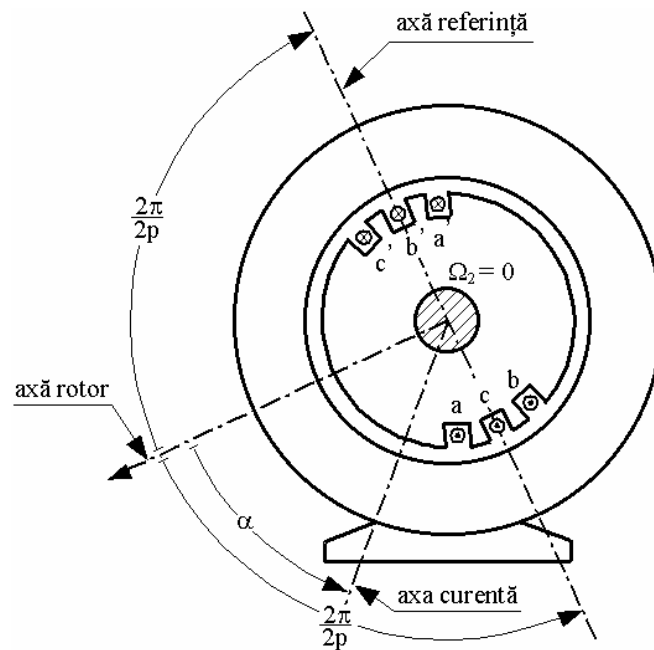


Figura 2.29

Acest sistem trifazat de fluxuri va induce în cele trei înfășurări de faza sistemul trifazat simetric de t.e.m.:

$$\begin{aligned}
 e_{2U}^{(1)} &= E_{2m}^{(1)} \cdot \sin \omega_1 \cdot t; \\
 e_{2V}^{(1)} &= E_{2m}^{(1)} \cdot \sin \left(\omega_1 \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3} \right); \\
 e_{2W}^{(1)} &= E_{2m}^{(1)} \cdot \sin \left(\omega_1 \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3} \right).
 \end{aligned} \tag{2.58}$$

T.e.m. induse în înfășurări trifazate mobile

Ca și fluxurile produse au aceleași expresii ca și în cazul precedent (2.57, 2.58) cu singura deosebire ca pulsția lor va fi $\omega_1 = p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2)$.

2.3 Reactia magnetica a indusului la masinile de c.a.

Sa presupunem ca în armatura statorica a unei masini de c.a. se produce un câmp magnetic învârtitor. Dacă pe cealaltă armatură (rotorica) se afla o înfășurare polifazată (uzual trifazată), atunci sub acțiunea câmpului învârtitor (inductor) se va induce un sistem polifazat de t.e.m. alternative. Dacă înfășurarea rotorica este închisă pe un consumator simetric sau în scurtcircuit, atunci sistemul polifazat de t.e.m. va da naștere unui sistem polifazat simetric de curenti care vor produce la rândul lor un câmp magnetic învârtitor numit *câmp magnetic de reacție al indusului*.

Cele doua câmpuri magnetice învârtitoare: *inductor* si *indus* se compun într-un câmp magnetic rezultat pe care îl întâlnim în întrefierul masinii.

Sa studiem, în continuare, cazul unei înfasurari induse trifazate care se rotește cu viteza unghiulara Ω_2 într-un câmp învârtitor inductor având viteza unghiulara de sincronism Ω_1 (ambele viteze unghiulare sunt luate fata de un sistem de referinta fix legat la stator) (figura 2.30).

În aceste conditii câmpul magnetic învârtitor inductor va avea expresia:

$$B_1(\alpha, t) = B_{1m} \cdot \cos[p \cdot \alpha - p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t]. \quad (2.59)$$

Acest câmp produce fata de o suprafata ce se sprijina pe înfasurarea indusa sistemul trifazat de fluxuri fasciculare:

$$\begin{aligned} \psi_{2K}(t) &= N_2 \cdot k_N \cdot \psi_{2m} \cdot \cos[p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t]; \\ \psi_{2L}(t) &= N_2 \cdot k_N \cdot \psi_{2m} \cdot \cos\left[p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right]; \\ \psi_{2M}(t) &= N_2 \cdot k_N \cdot \psi_{2m} \cdot \cos\left[p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right]; \end{aligned} \quad (2.60)$$

(toate marimile valabile se refera la armonica fundamentala desi nu s-a mai precizat acest lucru prin indice de armonica).

Sistemul (2.60) va induce în înfasurarea indusa trifazata sistemul de t.e.m.:

$$\begin{aligned} e_{2K} &= E_{2m} \cdot \sin[p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t]; \\ e_{2L} &= E_{2m} \cdot \sin\left[p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right]; \\ e_{2M} &= E_{2m} \cdot \sin\left[p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right]. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Presupunând înfasurarea indusa închisa pe un consumator simetric sau în scurtcircuit, atunci sistemul de t.e.m. (2.61) va da nastere sistemului trifazat de curenti:

$$\begin{aligned} i_{2K} &= I_{2m} \cdot \sin[p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t - \varphi]; \\ i_{2L} &= I_{2m} \cdot \sin\left[p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t - \varphi - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right]; \\ i_{2C} &= I_{2m} \cdot \sin\left[p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t - \varphi - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right]; \end{aligned} \quad (2.62)$$

unde φ este unghiul de defazaj dintre t.e.m. si curent pe o faza.

Sistemul trifazat de curenti (2.62) vor produce la rândul lor un *câmp magnetic învârtitor de reactie* care va avea expresia:

$$B_2(\alpha, t) = B_{2m} \cos\left[p\alpha - p(\Omega_1 - \Omega_2)t - \frac{\pi}{2} - \varphi\right] \quad (2.63)$$

Comparând expresiile celor doua câmpuri învârtitoare B_1 și B_2 , se constata ca *ele se rotesc cu aceeași viteză unghiulară $\Omega_1 - \Omega_2$ fata de armatura indusa.*

Comparând fazorial cele doua câmpuri pentru mai multe cazuri ale unghiului de defazaj dependent de natura sarcinii se obtin diagramele din figura 2.30.

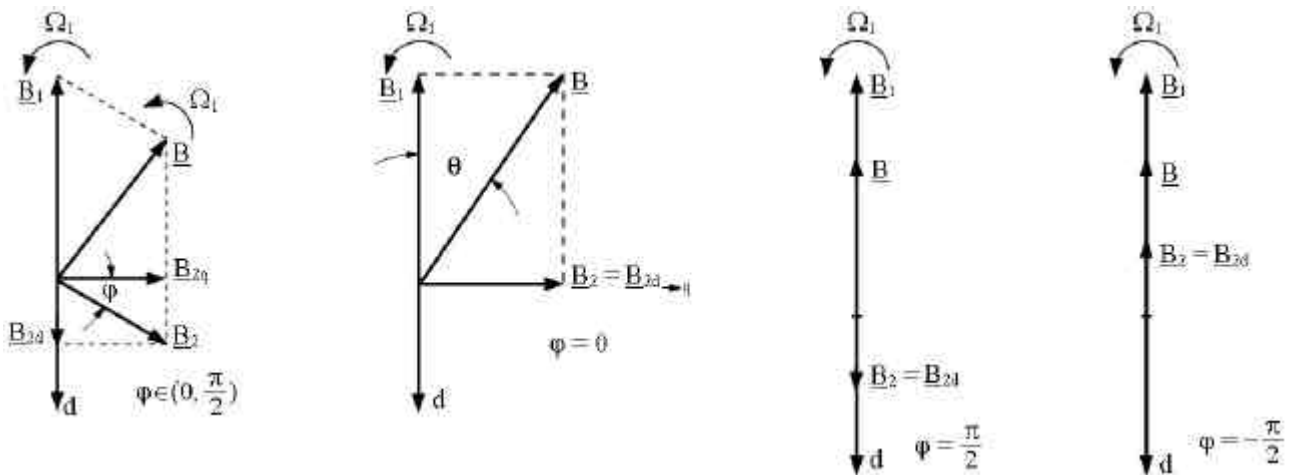


Figura 2.30

– Daca $\varphi = 0$ respectiv cazul unei sarcini pur rezistive, atunci conform relatiilor (2.59) și (2.63) cele doua câmpuri sunt în cvadratura, polii câmpului de reactie gasindu-se exact între polii câmpului inductor. O astfel de reactie a indusului este numita *reactie transversala*.

– Daca $\varphi = \frac{\pi}{2}$, respectiv, cazul unei sarcini pur inductive, atunci cele doua câmpuri sunt în opozitie, câmpul de reactie având o actiune exact contrara (demagnetizanta) câmpului inductor. O astfel de reactie se mai numeste *reactie longitudinala demagnetizanta*.

– Daca $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, respectiv, cazul unei sarcini pur capacitive, atunci cele doua câmpuri sunt perfect în faza, câmpul de reactie având o actiune întaritoare asupra câmpului inductor. O astfel de reactie se mai numeste *reactie longitudinala magnetizanta*.

– Daca $\varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, atunci câmpul de reactie se descompune în cele doua componente:

longitudinala B_{2d} și transversala B_{2q} .

2.4 Expresia cuplului electromagnetic la masinile de c.a.

Între fluxul inducției magnetice Ψ_2 produs de câmpul inductor în raport cu înfășurarea indusa și curenții care circula prin această înfășurare apar interacțiuni electromagnetice. Energia de interacțiune conform teoremei forțelor generalizate pentru faza K va avea expresia:

$$W_{2K} = \Psi_{2K} \cdot i_{2K} \quad (2.64)$$

unde fluxul Ψ_{2K} și i_{2K} dacă ne referim la cazul prezentat în figura 2.28 vor avea expresiile:

$$\begin{aligned} \Psi_{2K} &= N_2 \cdot k_N \cdot \Psi_{2m} \cdot \cos p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t = N_2 \cdot k_N \cdot \Psi_{2m} \cdot \cos p \cdot (\beta_1 - \beta_2); \\ i_{2K} &= I_{2m} \cdot \sin [p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t - \varphi]. \end{aligned} \quad (2.65)$$

Cuplul electromagnetic m_{2K} dezvoltat de această înfășurare și transmis indusului (rotorului) se va afla aplicând teorema forțelor generalizate, coordonata generalizată fiind evident unghiul care fixează la un moment dat poziția rotorului față de axa de referință (figura 2.28). Deci:

$$m_{2K} = \left[\frac{\partial W_{2K}}{\partial \beta_2} \right] \cdot i_{2K} = \text{const.} \quad (2.66)$$

Facându-se calculele atât pentru faza K cât și pentru fazele L și M se obține pentru cuplul rezultat din mașina expresia:

$$M_2 = m_{2K} + m_{2L} + m_{2M} = \frac{3}{2} \cdot p \cdot N_2 \cdot k_N \cdot \Psi_{2m} \cdot I_{2m} \cdot \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.67)$$

dar cum: $E_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot p \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) \cdot N_2 \cdot k_N \cdot \Psi_{2m}$ relația (2.67) devine:

$$M_2 = \frac{3 \cdot E_2 \cdot I_2 \cdot \cos(\underline{E}_2, \underline{I}_2)}{\Omega_1 - \Omega_2} \quad (2.68)$$

unde s-a folosit: $\sin \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right) = \cos(\underline{E}_1, \underline{I}_2)$ și $I_2 = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}}$.

Examinând relația (2.68) se observă că în regim staționar, adică $\Omega_2 = \text{ct.}$; $E_2 = \text{ct.}$; $I_2 = \text{ct.}$; $\varphi = \text{ct.}$, cuplul dezvoltat de mașina este constant în timp.

Dacă acest cuplu este pozitiv, atunci el are sensul câmpului învârtitor inductor și regimul de funcționare se numește *motor*, iar dacă este negativ atunci are sens contrar și regimul de funcționare se numește *generator*.