3

CÂMPUL ELECTRIC STAȚIONAR

Conform celor prezentate în capitolul 2, câmpul electrostatic este nul în conductoare omogene imobile şi este neînsoțit de transformări de energie. Spre deosebire de câmpul electrostatic, c*âmpul electric staționar*, numit şi *câmp electrocinetic*, este nenul în conductoare omogene sau neomogene, stabileşte densitate de curent constantă în timp, respectiv curent continuu şi este însoțit de transformări energetice.

3.1. STAREA ELECTROCINETICĂ. CURENTUL ELECTRIC DE CONDUCȚIE

Fie două conductoare A şi B omogene şi imobile, izolate electric şi încărcate la potențiale electrice diferite, $V_A > V_B$. Stabilind o legătură conductoare între cele două conductoare, se obține un conductor unic în interiorul căruia grad $V \neq 0$. Prin urmare, în interiorul conductorului unic apare un câmp electric sub acțiunea căruia se produce, prin legătura conductoare, o deplasare de sarcini electrice de la conductorul A cu potențial mai ridicat la conductorul B cu potențial mai scăzut. Această deplasare are loc până când cele două potențiale se egalizează. În tot acest interval de timp, sistemul care formează acum un conductor unic, este într-o stare nouă, diferită de starea electrostatică, caracterizată de fenomene (efecte) noi şi anume :

- *efecte mecanice*: asupra conductoarelor se exercită forțe şi cupluri suplimentare față de cele datorate stării lor de electrizare sau magnetizare;
- *efecte calorice*: dacă legătura conductoare este un fir metalic, acesta se încălzeşte;
- *efecte chimice*: dacă conductorul de legătură este o soluție de acizi, baze sau săruri (soluții electrolitice), acesta devine sediul unor reacții chimice;
- *efecte magnetice*: în vecinătatea legăturii conductoare apare un câmp magnetic;
- *efecte electrice*: starea de încărcare electrică a conductoarelor poate să varieze în timp;
- *efecte luminoase*: dacă legătura conductoare este un fir metalic, emite lumină ca urmare a încălzirii lui la incandescență; dacă legătura conductoare este un gaz, acesta produce în anumite condiții lumină, independent de încălzire.

Starea conductoarelor în care are loc, în condițiile arătate, cel puțin unul din aceste efecte se numeşte *stare electrocinetică*. Conductoarele în stare electrocinetică neînsoțite de efecte chimice se numesc *conductoare de prima speță*. Din această categorie fac parte metalele, carbonul, semiconductorii, etc.

Conductoarele care în stare electrocinetică sunt sediul unor reacții chimice se numesc *conductoare de a doua speță* (din această clasă fac parte soluțiile electrolitice numite şi electroliți).

Într-o interpretare microscopică simplificată, starea electrocinetică a conductoarelor se poate considera ca fiind asociată transmisiei de purtători de sarcină, adică unui curent de sarcini electrice în conductoare, numit *curent electric de conducție*. Purtătorii de sarcină în conductoarele de prima speță sunt electronii, iar în conductoarele de a doua speță, ionii.

Proprietatea corpurilor de a permite trecerea unui curent electric de conducție se numeşte *conductibilitate electrică*, iar fenomenul corespunzător se numeşte *conducție electrică*. Sistemul format din cele două conductoare A, B şi legătura conductoare dintre ele constituie un *circuit electric*; se spune că circuitul electric este parcurs de curent electric de conducție, sau prin circuit trece curent electric de conducție. Diferența de potențial dintre conductoarele A şi B caracterizează în acest caz sursa curentului electric. Părțile între care sursa menține o tensiune electrică într-un circuit electric se numesc borne; se spune că sursa alimentează circuitul, respectiv aplică la bornele circuitului o tensiune electrică.

3.2. CÂMPURI ELECTRICE IMPRIMATE

În exemplul considerat, starea electrocinetică a conductoarelor are loc până când potențialele conductoarelor A şi B se egalizează, $V_A = V_B$. Starea electrocinetică poate fi menținută numai dacă se cheltuieşte o anumită cantitate de energie de altă natură decât electrică. Câmpul electric obținut prin cheltuirea unei cantități de energie neelectrică, câmp care imprimă purtătorilor de sarcină o mişcare ordonată are două aspecte:

- *câmp electric imprimat* care generează curent electric constant în timp (curent staționar sau continuu);
- *câmp electric solenoidal* (*indus*), produs de fluxul magnetic variabil în timp, care generează curent electric variabil în timp.

3.2.1. Intensitatea câmpului electric imprimat. Tensiune electromotoare imprimată

În afară de câmpul electric stabilit de corpurile încărcate cu sarcină electrică sau polarizate electric, câmpul electric mai poate fi produs şi de neomogenități de natură neelectrică în conductoarele de prima sau de a doua speță, numit *câmp electric imprimat*. Câmpul electric imprimat depinde numai de starea locală neelectromagnetică a substanței considerate şi nu este determinat de repartiția sarcinilor electrice sau de fenomenul de inducție electromagnetică. Câmpul electric imprimat este diferit de zero în unele medii neomogene din punct de vedere fizico – chimic (de exemplu, datorită unor fenomene termice sau chimice) sau în care există accelerație. Aceste fenomene de natură termică, chimică sau mecanică pot determina apariția unor forțe de natură neelectrică care să acționeze asupra particulelor din mediul respectiv, inclusiv asupra particulelor încărcate cu sarcină electrică. Mărimea vectorială $\mathbf{E}_i$ egală cu raportul dintre forța de natură neelectrică $\mathbf{F}_{neel}$, care acționează asupra unei particule şi sarcina ei electrică q, atunci când aceasta tinde la zero,

$$\mathbf{E}_i = \lim_{q \to 0} \frac{\mathbf{F}_{neel}}{q}, \tag{3.1}$$

se numeşte *intensitate a câmpului electric imprimat*.

Prin particula încărcată cu sarcina q se înțelege o particulă care aparține mediului respectiv şi nu un corp de probă.

În cazul conductoarelor neomogene şi accelerate, regimul electrostatic poate fi realizat numai dacă forța totală $\mathbf{F}_t$ (de natură electrică $\mathbf{F}$ şi neelectrică $\mathbf{F}_{neel}$) care acționează asupra sarcinilor electrice libere din conductoare este nulă:

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{neel} = q\mathbf{E} = q(\mathbf{E}_c + \mathbf{E}_i) = 0, \tag{3.2}$$

unde, $\mathbf{E}_c$ este *intensitatea câmpului electric coulombian* produs de repartiția instantanee a sarcinilor electrice.

Din relația (3.2) rezultă condiția de echilibru electrostatic pentru conductoare neomogene din punct de vedere fizic şi chimic şi accelerate:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_c + \mathbf{E}_i = 0 \tag{3.3}$$

sau,

$$\mathbf{E}_i = -\mathbf{E}_c. \tag{3.4}$$

Într-un punct din conductor, neomogenitățile stabilesc un câmp electric imprimat care determină o repartiție de sarcini electrice încât suma dintre intensitatea câmpului electric coulombian $\mathbf{E}_c$ produs de ele şi intensitatea câmpului electric imprimat $\mathbf{E}_i$, satisface relația (3.3). Ținând seama de relația (3.4), pentru intensitatea câmpului electric imprimat se poate utiliza de asemenea următoarea definiție: mărimea vectorială $\mathbf{E}_i$ egală şi de semn contrar cu intensitatea $\mathbf{E}_c$ pe care ar trebui să o aibă câmpul electric într-un conductor neomogen sau accelerat pentru ca acest conductor să fie în regim electrostatic, se numeşte intensitate a câmpului electric imprimat.

Integrala de linie a intensității câmpului electric imprimat efectuată pe o curbă închisă Γ se numeşte *tensiune electromotoare imprimată de contur* şi se notează cu simbolul $U_{e\Gamma}$,

$$U_{e\Gamma} = \oint_{\Gamma} \mathbf{E}_i \mathbf{ds}. \tag{3.5}$$

Se poate utiliza şi noțiunea de *tensiune electromotoare imprimată în lungul unei curbe deschise* C, definită de relația:

$$U_{e12} = \int_{P_1 (C)}^{P_2} \mathbf{E}_i \, \mathbf{ds}. \tag{3.6}$$

În sistemul de unități S.I., unitatea de măsură a tensiunii electromotoare egală cu produsul dintre unitatea de câmp electric şi unitatea de lungime, se numeşte *volt* (V).

O repartiție de sarcini electrice diferită de cea electrostatică implică $\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_c \neq 0$. Deoarece conductoarele sunt caracterizate prin existența unui număr important de sarcini electrice libere (electronii din metale şi ionii din soluții), sub acțiunea unui câmp electric diferit de zero, $\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_c \neq 0$, se pot deplasa ordonat, dând naştere unui curent electric de conducție.

După natura condițiilor fizico-chimice, câmpurile imprimate sunt de accelerație, termoelectrice, de contact, de concentrație, etc.

3.2.2. Câmpul electric imprimat de accelerație

Se consideră un cilindru metalic de rază r_0, fixat pe un ax, care se poate roti cu viteza v pe două lagăre. Pe ax, respectiv pe suprafața cilindrului pot aluneca două perii legate la două borne (fig. 3.1). Materialul cilindrului este constituit din rețeaua cristalină fixă a ionilor pozitivi printre care se deplasează în mişcarea lor de agitație termică electronii liberi. Dacă cilindrul este imobil, sarcina electrică a ionilor pozitivi este egală cu sarcina electrică a electronilor liberi şi la o scară macroscopică câmpul electric este nul. Prin rotirea cilindrului, rețeaua ionilor nu se modifică, în schimb electronii liberi supuşi forței centrifuge (de natură neelectrică) se deplasează către periferia cilindrului care se încarcă cu sarcină electrică negativă; regiunea din jurul axului rămasă în deficit de electroni se încarcă cu sarcină electrică pozitivă. Densitatea de volum a forței centrifuge este:

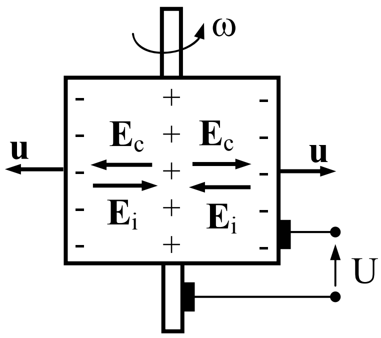

Fig. 3.1

$$\mathbf{f}_{neel} = \rho_m a \, \mathbf{u}, \tag{3.7}$$

unde ρ_m reprezintă densitatea de masă a fluidului electronic, iar $a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ este accelerația într-un punct din interiorul cilindrului la distanța r de axă.

Această deplasare a electronilor poate fi considerată ca urmare a acțiunii unui câmp electric imprimat $\mathbf{E}_i$, numit *câmp electric imprimat de accelerație*, a cărui intensitate se determină cu relația (3.1),

$$\mathbf{E}_i = \frac{\mathbf{f}_{neel}}{-\rho_v} = -\frac{\rho_m}{\rho_v} a \, \mathbf{u}, \tag{3.8}$$

unde ρ_v reprezintă densitatea de sarcină electrică a fluidului electronic.

Ca urmare a redistribuirii purtătorilor de sarcină electrică, apare un câmp coulombian $\mathbf{E}_c$. Deplasarea purtătorilor de sarcină electrică are loc până când câmpul coulombian echilibrează câmpul imprimat, adică până când este îndeplinită condiția de echilibru electrostatic $\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_c = 0$. Rezultă:

$$\mathbf{E}_i = -\mathbf{E}_c = -\frac{\rho_m}{\rho_v}\mathbf{a} . \tag{3.9}$$

Intensitatea câmpului electric coulombian $\mathbf{E}_c$ şi deci a celui imprimat $\mathbf{E}_i$ se pun în evidență prin măsurarea tensiunii electrice U dintre perii:

$$U = \int_0^{r_0} \mathbf{E}_c\, \mathbf{dr} = \frac{\rho_m}{\rho_v}\int_0^{r_0} \mathbf{a}\, \mathbf{dr} = \frac{\rho_m\, \omega^2}{\rho_v}\int_0^{r_0} r\, dr = \frac{\rho_m\, \omega^2}{2\rho_v} r_0^2 . \tag{3.10}$$

3.2.3. Câmpul electric imprimat de contact la temperatură constantă

Se consideră două conductoare de prima speță puse în contact. Conductoarele sunt neîncărcate electric şi au temperaturi egale. Datorită structurii diferite a celor două conductoare, fluidele electronilor liberi din cele două conductoare în contact au presiuni diferite. Electronii liberi din conductorul în care presiunea este mai mare sunt atraşi de rețeaua ionică a conductorului în care presiunea este mai mică. Prin urmare, asupra electronilor liberi acționează o forță de natură neelectrică şi deci un câmp electric imprimat.

Dacă se admite că fluidele electronice ale conductoarelor se comportă ca gaze perfecte, ele satisfac relații similare cu legea de stare a gazelor perfecte:

$$p\,V = R\,T , \tag{3.11}$$

unde: V este volumul ocupat de un mol de gaz, numit volum molar la presiunea p; T – temperatura absolută; R – constanta gazelor perfecte.

Densitatea de volum a forței neelectrice **f** sub acțiunea căreia fluidul electronic trece prin suprafața de contact este:

$$\mathbf{f} = -\,\mathrm{grad}p = -R\ \mathrm{grad}\frac{T}{V} = -R\left(\frac{1}{V}\mathrm{grad}T + T\,\mathrm{grad}\frac{1}{V}\right). \tag{3.12}$$

Deoarece temperatura este constantă, gradT = 0, din relațiile (3.1) şi (3.12) se obține *intensitatea câmpului electric imprimat de contact*:

$$\mathbf{E}_i = \frac{\mathbf{f}}{\rho_v} = -\frac{RT}{\rho_v}\mathrm{grad}\frac{1}{V} . \tag{3.13}$$

Dacă M_e este masa molară a electronilor şi ρ_m densitatea lor şi se notează cu $N_e = \frac{1}{V}$ numărul de moli pe unitatea de volum, rezultă:

$$N_e = \frac{1}{V} = \frac{\rho_m}{M_e}. \tag{3.14}$$

Dacă un mol are N electroni şi –e este sarcina electrică a electronului, atunci densitatea de volum a sarcinii electrice a fluidului electronic este:

$$\rho_v = -e\,N\,N_e \tag{3.15}$$

şi relaţia (3.13) devine:

$$\mathbf{E}_i = \frac{RT}{e\,N\,N_e}\,\mathrm{grad}N_e = \frac{RT}{e\,N}\,\mathrm{grad}(\ln N_e). \tag{3.16}$$

Ca urmare a încărcării celor două conductoare cu sarcini electrice de semne contrare, apare un câmp coulombian $\mathbf{E}_c$. Deplasarea purtătorilor de sarcină electrică are loc până când câmpul coulombian echilibrează câmpul imprimat, adică până când este îndeplinită condiţia de echilibru electrostatic $\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_c = 0$. Rezultă:

$$\mathbf{E}_c = -\mathbf{E}_i = -\frac{RT}{e\,N}\,\mathrm{grad}(\ln N_e). \tag{3.17}$$

În stratul de contact dintre plăci se stabileşte un câmp electric, respectiv tensiune electrică egală cu tensiunea măsurată prin dielectricul care separă porţiunile conductoarelor care nu se află în contact. Tensiunea electrică de contact este stabilită de valorile diferite ale presiunii de contact ale fluidelor electronilor liberi din cele două conductoare în contact.

Tensiunea electromotoare imprimată de contact U_{e12} dintre două conductoare având presiunile p_1 şi p_2 şi numerele de moli în unitatea de volum N_{e1} şi N_{e2} este:

$$U_{e12} = \int_1^2 \mathbf{E}_i\mathbf{ds} = \frac{RT}{e\,N}\int_1^2 \mathrm{grad}(\ln N_e)\,\mathbf{dl} = \frac{RT}{e\,N}\ln\frac{N_{e2}}{N_{e1}}. \tag{3.18}$$

Câmpul electric imprimat de contact la temperatură constantă a fost descoperit de fizicianul Alessandro Volta şi este cunoscut sub denumirea de *câmp imprimat voltaic.*

3.2.4. Câmpul electric imprimat termoelectric de volum

Se consideră un conductor de prima speţă încălzit neuniform, astfel încât unul dintre capete să fie la o temperatură T_1 mai mare decât temperatura T_2 a celuilalt capăt (fig. 3.2). Sub acţiunea temperaturii, fluidul electronic se dilată şi electronii difuzează din zona cu agitaţie termică mai mare, adică cu temperatură mai mare, în zona cu agitaţie termică mai mică, adică cu temperatură mai scăzută. Prin urmare, zona cu temperatură mai scăzută se încarcă cu sarcină negativă, iar zona cu temperatură mai ridicată se încarcă cu sarcină pozitivă. Fenomenul se numeşte *efect Thomson*. Deoarece într-un conductor de prima speţă concentraţia fluidului electronic este aproximativ aceeaşi, rezultă că $\operatorname{grad}\frac{1}{V} = \operatorname{grad}N_e = 0$ şi densitatea de volum a forţei neelectrice **f** (3.12) sub acţiunea căreia fluidul electronic difuzează este:

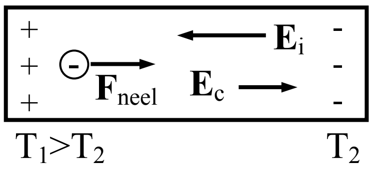

Fig. 3.2

$$\mathbf{f} = -R\frac{1}{V}\operatorname{grad}T = -R\,N_e\operatorname{grad}T\,. \qquad (3.19)$$

Utilizând relaţiile (3.1), (3.15) şi (3.19), se obţine intensitatea câmpului imprimat termoelectric de volum:

$$\mathbf{E}_i = \frac{\mathbf{f}}{\rho_v} = -\frac{\mathbf{f}}{e\,N\,N_e} = R\frac{1}{e\,N}\operatorname{grad}T\,. \qquad (3.20)$$

Tensiunea electromotoare imprimată U_{e12} între două puncte care se află la temperaturile T_1 şi T_2 este:

$$U_{e12} = \int_1^2 \mathbf{E}_i\mathbf{ds} = \frac{R}{e\,N}\int_1^2 \operatorname{grad}T\,\mathbf{ds} = \frac{R}{e\,N}\left(T_2 - T_1\right). \qquad (3.21)$$

Dacă conductorul nu are aceeaşi temperatură în toate punctele sale şi în plus este parcurs de curent electric, se produce o absorbţie sau o cedare de căldură. Acesta este efectul Thomson invers. De exemplu, dacă printr-o bară de cupru curentul electric trece de la capătul rece spre capătul cald, se produce absorbţie de căldură. În cazul unei bare de fier prin care curentul trece de la capătul rece spre capătul cald, se produce o degajare de căldură.

3.2.5. Câmpul electric imprimat termoelectric de contact

Dacă se sudează la capete două conductoare din materiale diferite alcătuind un circuit, de exemplu din fier şi constantan, şi se menţin sudurile la temperaturi diferite, se constată prin circuit un curent electric de conducţie numit *curent termoelectric*, iar dispozitivul se numeşte *termoelement* sau *termocuplu* (fig. 3.3).

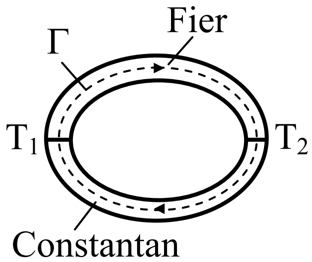

Fig. 3.3

Curentul din circuit este stabilit de o tensiune electrică imprimată numită *tensiune termoelectrică* căreia îi corespunde un *câmp electric imprimat termoelectric*.

Fenomenul este numit *efect Seebeck* şi este datorat diferenţei de temperatură a sudurilor. Deoarece temperaturile la cele două contacte sunt diferite, tensiunile electromotoare imprimate de la cele două contacte sunt diferite şi au sensuri opuse, astfel încât tensiunea electromotoare imprimată rezultantă este diferită de zero. În conformitate cu relația (3.18), se obține tensiunea electromotoare imprimată la suprafața de contact aflată la temperatura T_1,

$$U_{e12} = \frac{RT_1}{eN} \ln \frac{N_{e2}}{N_{e1}} \tag{3.22}$$

şi tensiunea electromotoare imprimată la suprafața de contact aflată la temperatura T_2,

$$U_{e21} = \frac{RT_2}{eN} \ln \frac{N_{e1}}{N_{e2}}. \tag{3.23}$$

Deoarece $T_1 \neq T_2$, tensiunea electromotoare imprimată în circuitul închis al termocuplului este diferită de zero:

$$U_e = U_{e12} + U_{e21} = \frac{R}{eN}(T_1 - T_2)\ln \frac{N_{e2}}{N_{e1}} \neq 0. \tag{3.24}$$

Dacă circuitul este deschis, diferența de potențial dintre capetele circuitului este proporțională cu diferența de temperatură ΔT dintre punctul de sudură al conductoarelor şi capetele libere:

$$U_e = k\,\Delta T. \tag{3.25}$$

Dacă din exterior se trece un curent electric prin punctul de contact a două conductoare de prima speță, se dezvoltă sau se absoarbe căldură după sensul curentului prin conductoare. Fenomenul se numeşte *efect Peltier* şi cantitatea de căldură pe unitatea de timp este proporțională cu intensitatea curentului electric.

Fenomenul dezvoltării de căldură prin efect Peltier se deosebeşte de fenomenul dezvoltării de căldură prin efect Joule – Lenz (v. par. 3.8), la acesta din urmă cantitatea de căldură dezvoltată în unitatea de timp fiind proporțională cu pătratul intensității curentului şi independentă de sensul acestuia. Prin aplicarea unei tensiuni electrice din exterior la bornele unui termoelement, încât curentul care se stabileşte să fie de sens opus curentului termoelectric prin efect Seebeck, în sudura cu temperatură mai mare se dezvoltă căldură Peltier şi în sudura cu temperatură mai mică se absoarbe căldură Peltier.

3.2.6. Câmpul electric imprimat de contact între un metal şi un electrolit

Câmpurile electrice imprimate care apar la contactul dintre un electrod metalic şi fluidul său ionic se numesc *câmpuri electrice imprimate de contact între un metal şi un electrolit*. Aceste câmpuri au fost descoperite de *Galvani* şi de aceea sunt cunoscute şi sub numele de *câmpuri electrice imprimate galvanice*.

Un electrod dintr-un conductor de prima speță introdus într-o soluție electrolitică în care poate exista fluidul său ionic pozitiv, are tendința de a dizolva în soluție fluidul său ionic pozitiv cu o presiune care depinde numai de natura conductorului, numită *presiune de disoluție electrolitică* p_d. Presupunând că soluția conține fluidul ionic al conductorului, se exercită asupra conductorului o presiune osmotică p_0 opusă presiunii de disoluție. Dacă presiunea de disoluție este mai mare decât presiunea osmotică, o parte a fluidului ionic pozitiv al conductorului trece în

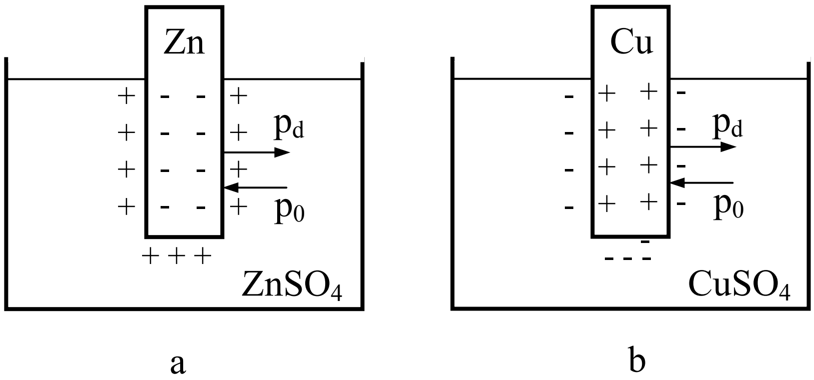

Fig. 3.4

soluție pe care o încarcă pozitiv, iar conductorul rămâne încărcat negativ. Acțiunea pe care o are asupra ionilor forța condiționată de diferența presiunilor este echivalentă cu existența unui câmp electric imprimat $\mathbf{E}_i$ orientat de la electrod spre soluție. Se stabileşte astfel un câmp coulombian în stratul de contact dintre electrod şi electrolit, orientat dinspre electrolit spre electrod şi care se opune deplasării în continuare a purtătorilor de sarcină electrică. Deplasarea ionilor are loc până când câmpul rezultant $\mathbf{E} = \mathbf{E}_c + \mathbf{E}_i$ este nul, adică până când se realizează condiția de echilibru electrostatic (3.3). O astfel de situație este reprezentată în figura 3.4,a pentru un electrod de Zn introdus în soluție de $ZnSO_4$.

Dacă presiunea de disoluție este mai mică decât presiunea osmotică, o parte a fluidului ionic pozitiv din soluție trece pe electrod pe care-l încarcă pozitiv şi soluția rămâne încărcată negativ. Este cazul electrodului de Cu introdus în soluție de $CuSO_4$ (fig. 3.4, b). În acest caz, în stratul de contact dintre electrod şi electrolit, câmpul electric imprimat este orientat de la electrolit spre electrod, iar câmpul coulombian rezultă orientat dinspre electrod spre electrolit.

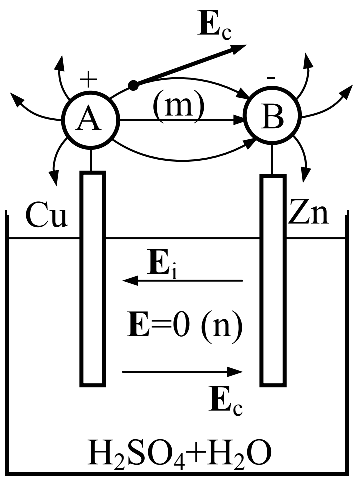

Fig. 3.5

Din cele prezentate mai sus rezultă că la introducerea unui electrod într-un electrolit, în stratul de contact dintre electrod şi electrolit apare un câmp imprimat şi ca urmare o tensiune electromotoare imprimată. Astfel, apare o tensiune electrică între electrod şi electrolit, numită *tensiune de electrod* sau *potențial de electrod*.

Se poate realiza o pilă galvanică (element galvanic) utilizând un sistem de electrozi diferiți (de exemplu Zn şi Cu), introduşi într-o soluție de electrolit (de exemplu soluție de acid sulfuric, $H_2SO_4 + H_2O$), după cum se poate vedea în figura 3.5. În jurul electrodului de cupru, prin reacția cu acidul sulfuric se formează sulfat de cupru. În mod analog, în jurul electrodului de zinc se formează sulfat de zinc. În acest mod, se realizează situația prezentată anterior.

3.3. INTENSITATEA CURENTULUI ELECTRIC DE CONDUCȚIE

După cum s-a arătat în paragraful 3.1, trecerea curentului electric de conducție printr-un mediu conductor este legată de existența unui câmp electric în acest mediu. Tocmai sub acțiunea acestui câmp electric se produce transmisia de purtători de sarcină în interiorul conductorului. În ceea ce priveşte sensul de deplasare al sarcinilor electrice, aceasta are loc în sensul câmpului electric pentru sarcinile pozitive şi în sens opus câmpului electric pentru sarcinile negative. Mărimea care caracterizează complet starea electrocinetică a conductoarelor este o mărime fizică scalară şi se numeşte *intensitate a curentului electric de conducție* i. Luând o anumită secțiune transversală a conductorului străbătut de curent electric de conducție, se defineşte intensitatea curentului electric de conducție i ca fiind sarcina electrică dq care trece în unitatea de timp dt prin secțiunea considerată,

$$i = \frac{dq}{dt}. \tag{3.26}$$

Deşi intensitatea curentului electric de conducție este o mărime scalară, deci poate avea numai semn dar nu şi direcție, curentului electric de conducție i se asociază un sens de referință. Prin convenție, se defineşte drept sens pozitiv al curentului, sensul de deplasare al particulelor încărcate cu sarcini electrice pozitive.

Se consideră un conductor parcurs de curent electric de conducție. În conductor, distribuția vitezelor cu care se deplasează purtătorii de sarcină este aproape haotică, direcția şi mărimea lor variind într-un interval larg de valori. Considerând însă în interiorul conductorului respectiv un volum elementar dv, putem presupune că în toate punctele acestui element purtătorii de sarcină se deplasează cu aceeaşi viteză **v** şi au aceeaşi sarcină q. Fie elementul de volum de forma unui cilindru oblic (fig. 3.6) având generatoarea paralelă cu vectorul viteză **v** şi lungimea acesteia egală cu distanța parcursă de fiecare particulă în intervalul de timp dt. Baza cilindrului este un element de suprafață **dA** al secțiunii transversale a conductorului dat. Sensul versorului **n** al elementului de suprafață dA este asociat sensului de referință al curentului. În intervalul de timp dt, elementul de arie dA este străbătut numai de particule din corp conținute în elementul de volum dv, datorită faptului că numai acestea se mişcă în direcția vitezei. Particulele aflate în afara cilindrului trec pe lângă suprafața respectivă sau nu ajung la ea. Prin urmare, sarcina electrică elementară dq care străbate în

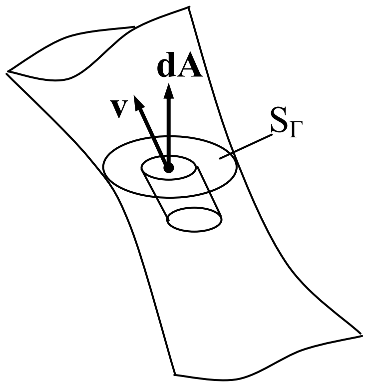

Fig. 3.6

intervalul de timp dt elementul de suprafață dA este egală cu sarcina electrică ce se găseşte în acel cilindru elementar şi va fi exprimată de relația:

$$dq = \rho_v\, dv = \rho_v\, \mathbf{dA}\,\mathbf{v}\,dt = \rho_v\, \mathbf{v}\,\mathbf{n}\,dA\,dt, \tag{3.27}$$

unde ρ_v este densitatea de volum a sarcinii electrice.
Dacă N_p este numărul de particule cuprinse în unitatea de volum, atunci $\rho_v = N_p q$ şi relația (3.27) devine:

$$dq = N_p q\, \mathbf{v}\,\mathbf{n}\, dA\, dt. \tag{3.28}$$

Intensitatea curentului electric de conducție elementar di, care trece prin elementul de suprafață dA, conform relației (3.26), va fi:

$$di = \frac{dq}{dt} = N_p q\, \mathbf{v}\,\mathbf{n}\, dA. \tag{3.29}$$

Prin integrare pe suprafața S_Γ se obține intensitatea curentului electric de conducție prin orice secțiune transversală a conductorului:

$$i = \iint_{S_\Gamma} N_p q\, \mathbf{v}\,\mathbf{n}\, dA. \tag{3.30}$$

În regim staționar, transportul sarcinilor electrice prin corpurile conductoare nu poate fi pus direct în evidență, deoarece sarcinile corpurilor rămân constante în timp. Din acest motiv, pentru introducerea mărimii primitive intensitate a curentului electric de conducție i, care caracterizează starea electrocinetică, se utilizează efectele mecanice. Fenomenul utilizat pentru introducerea mărimii primitive care să caracterizeze starea electrocinetică este efectul electrodinamic dintre două conductoare filiforme, rectilinii, situate în vid şi parcurse de curenți electrici (v. par. 4.4.1). Deoarece s-a introdus exclusiv prin analiza datelor experimentale, i este o mărime primitivă. Din punctul de vedere al unităților de măsură este mărime fundamentală, deoarece în modul în care s-a introdus nu s-a apelat la relații de definiție. Unitatea de intensitate a curentului electric de conducție se defineşte cu ajutorul forțelor electrodinamice care se exercită între conductoare filiforme, rectilinii, paralele, situate în vid. În sistemul de unități SI, unitatea de i este numită *amper* (A) şi este intensitatea curentului care prin două conductoare filiforme, infinit lungi situate paralel în vid la distanța de un metru, produce o forță egală cu $2 \cdot 10^{-7}$ N pe fiecare metru de lungime a conductoarelor.

Din punctul de vedere al variației în timp, se disting:

- Curenți electrici *staționari*, numiți *curenți continui*, a căror intensitate este constantă în timp şi sunt produşi de surse de energie electrică având la borne tensiuni constante;
- Curenți electrici *cvasistaționari*, a căror intensitate variază în timp după o anumită lege, durata lor putând fi nelimitată. În categoria curenților cvasistaționari intră curenții periodici produşi de surse de curent alternativ şi se numesc *curenți alternativi*;

- Curenți electrici *nestaționari*, a căror mărime variază în timp şi a căror durată este în general foarte mică. Din această categorie fac parte curenții liberi din regimurile tranzitorii de funcționare a circuitelor electrice.

În regim staționar curentul electric se numeşte *curent continuu* cu simbolul I, iar în regim variabil, *curent instantaneu* cu simbolul i.

3.3.1. Repartiția curentului electric de conducție

a. Repartiția de volum. Se consideră un conductor de formă oarecare parcurs de curent electric de conducție şi fie S_Γ o suprafață deschisă care se sprijină pe curba Γ trasată pe suprafața conductorului (fig. 3.7). Sensul curbei Γ este asociat după regula burghiului drept sensului de referință al curentului. În relația (3.30), mărimea vectorială

$$\mathbf{J} = N_p q\,\mathbf{v}, \tag{3.31}$$

al cărei flux prin suprafața deschisă S_Γ este curentul de conducție i, se numeşte *densitate a curentului de conducție*:

$$i = \iint_{S_\Gamma} \mathbf{J}\,\mathbf{n}\,dA, \tag{3.32}$$

unde **n** este versorul elementului de suprafață dA, asociat sensului curbei Γ şi deci sensului de referință al curentului, iar sensul vectorului densitate a curentului

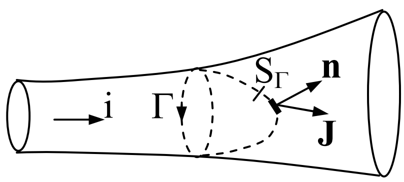

Fig. 3.7

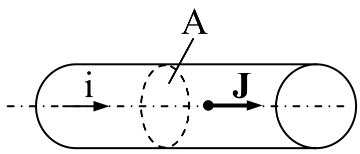

Fig. 3.8

electric de conducție **J** este dat de sensul local de deplasare a sarcinilor pozitive în punctul considerat.

Într-un conductor drept, parcurs de curent uniform repartizat (fig. 3.8), densitatea de curent este constantă pe secțiunea transversală (de arie A) şi are expresia:

$$J = \frac{i}{A}\ . \tag{3.33}$$

În domeniul în care există curent electric de conducție se poate trasa un ansamblu de linii, astfel încât vectorul **J** să fie tangent la aceste linii în orice punct al lor. Aceste linii se numesc *liniile vectorului densitate de curent* sau *linii de curent*. Ansamblul liniilor de curent prin conturul elementului ΔA al unei secțiuni transversale prin conductor, constituie un *tub elementar de curent*. Dacă în fiecare punct din conductorul parcurs de curent densitatea este finită şi nenulă, repartiţia curentului este volumetrică.

Densitatea curentului electric de conducţie este o mărime derivată şi în S.I. unitatea de măsură se numeşte *amper pe metru pătrat* $\left(A/m^2\right)$. În practică însă, se utilizează unităţile $\left(A/mm^2\right)$ şi $\left(A/cm^2\right)$.

b. Repartiţia superficială. **Pânza de curent electric**. Experienţa arată că pot exista repartiţii ale curentului electric în care vectorul **J** este nul în interiorul conductoarelor şi curentul electric trece numai printr-un strat subţire S la suprafaţa acestora (fig. 3.9). O repartiţie de curent de acest fel se numeşte *pânză de curent*.

În relaţia (3.32) se înlocuieşte **dA** = **n**·dA = **h** × **ds** şi se obţine:

$$i = \lim_{h\to 0}\int_c \mathbf{J}(\mathbf{h}\times\mathbf{ds}) = \lim_{h\to 0}\int_c \mathbf{ds}\,(\mathbf{J}\times\mathbf{h})\,. \tag{3.34}$$

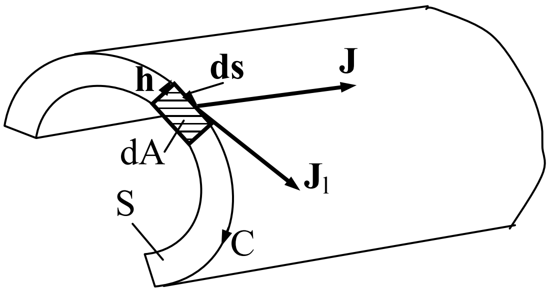

Fig. 3.9

Mărimea

$$\mathbf{J}_l = \lim_{h\to 0}(\mathbf{J}\times\mathbf{h}) \tag{3.35}$$

se numeşte *densitatea pânzei de curent*.

Din relaţiile (3.34) şi (3.35) rezultă:

$$i = \int_c \mathbf{J}_l \mathbf{ds}\,. \tag{3.36}$$

În S.I. unitatea de măsură pentru J_l este *amper pe metru* (A/m).

3.3.2. Solenaţie

Fie S_Γ o suprafaţă deschisă care se sprijină pe curba închisă Γ (fig. 3.10). Se numeşte solenaţie θ_{S_Γ} prin suprafaţa S_Γ, intensitatea totală a curentului prin S_Γ

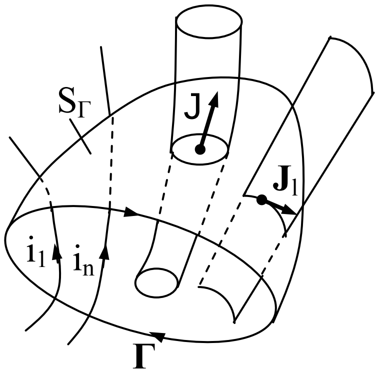

Fig. 3.10

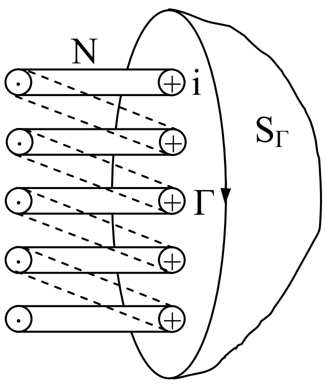

Fig. 3.11

repartizat în conductoare masive cu densitate de curent **J**, pânze de curent de densitate $\mathbf{J}_l$, respectiv curenţi prin conductoare filiforme i_k (curenţi filiformi):

$$\theta_{S_\Gamma} = \iint_{S_\Gamma} \mathbf{J}\,\mathbf{n}\,dA + \int_C \mathbf{J}_l\,\mathbf{dl} + \sum_k i_k\,. \tag{3.37}$$

În cazul unei bobine cu N spire (fig. 3.11) parcurse de curent electric de conducție i, solenația bobinei se referă la o suprafață S_Γ străpunsă de spirele bobinei, $\theta_{S_\Gamma} = N \cdot i$.

La fel ca intensitatea curentului de conducție, solenația este o mărime algebrică şi are semnul pozitiv sau negativ, după cum sensul de referință al curenților filiformi, al densității de curent sau al pânzei de curent este asociat în acelaşi sens sau în sens opus după regula burghiului drept cu sensul de referință al curbei Γ. În S.I. unitatea de solenație, aceeaşi cu a intensității curentului electric, este amperul. Pentru solenația unei bobine se mai utilizează şi unitatea numită *amperspiră* (Asp.).

3.4. CURENTUL ELECTRIC DE CONVECȚIE

În cazul curentului electric de conducție, mişcarea sarcinilor se produce sub acțiunea forțelor unui câmp electric care apare ca urmare a diferenței de potențial care există între două puncte ale conductorului respectiv. Curentul electric de conducție mai are proprietatea că el străbate întotdeauna un mediu conductor şi mişcarea particulelor încărcate cu sarcini electrice este o mişcare relativă față de corpul respectiv.

Dacă sarcina electrică este transportată direct de corpuri încărcate cu sarcini electrice aflate în echilibru pe aceste corpuri, apare un curent electric numit *curent electric de convecție.*

Spre deosebire de curentul de conducție, curentul de convecție nu este însoțit de efecte calorice şi chimice; în schimb efectele mecanice, magnetice şi electrice nestaționare (variația în timp a repartiției de sarcină electrică) sunt similare.
Analogia dintre efectele mecanice şi magnetice care însoțesc curenții de conducție şi de convecție, permite caracterizarea acestuia din urmă cu ajutorul unei mărimi derivate scalare, similară cu intensitatea curentului electric de conducție i; se numeşte *intensitate a curentului electric de convecție* i_v, mărimea globală referitoare la o suprafață deschisă S_Γ cu sensul de referință al curbei Γ asociat după regula burghiului drept, sensului vitezei **v** a corpului încărcat cu sarcina electrică q.

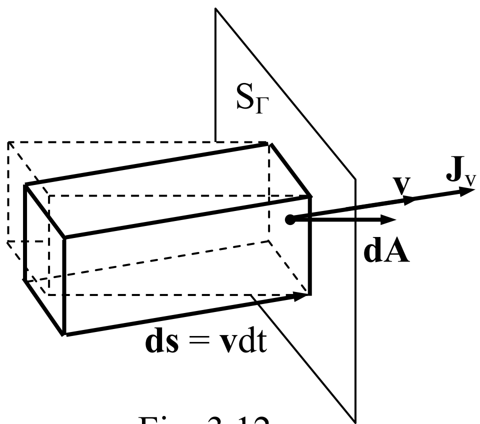

Fig. 3.12

Se consideră un corp oarecare încărcat cu sarcină electrică repartizată cu densitate de volum ρ_v şi care se deplasează într-o anumită direcție cu viteza **v** (fig.3.12). Se separă în corpul respectiv un volum elementar dv de forma unui paralelipiped oblic având muchia paralelă cu vectorul viteză **v** şi lungimea muchiei egală cu distanța parcursă de corp în intervalul de timp dt. Baza paralelipipedului este un element de suprafață dintr-o suprafață S_Γ fixă. Elementul de arie **dA** este orientat după normala **n** la suprafața S_Γ. În intervalul de timp dt, elementul de arie dA este străbătut numai de particule din corp conținute în elementul de volum dv, datorită faptului că numai acestea se mişcă în direcția vitezei. Prin urmare, sarcina electrică elementară dq care străbate în intervalul de timp dt elementul de suprafață dA este sarcina electrică ce se găseşte în acel cilindru elementar şi va fi exprimată de relația:

$$dq = \rho_v \, dv = \rho_v \, \mathbf{dA} \, \mathbf{v} \, dt = \rho_v \, \mathbf{v} \, \mathbf{n} \, dA \, dt. \quad (3.38)$$

Intensitatea curentului de convecție elementar di_v, care trece prin elementul de suprafață dA va fi:

$$di_v = \frac{dq}{dt} = \rho_v \, \mathbf{v} \, n \, dA. \quad (3.39)$$

Prin integrare pe suprafața S_Γ se obține:

$$i_v = \iint_{S_\Gamma} \rho_v \, \mathbf{v} \, \mathbf{n} \, dA. \quad (3.40)$$

Mărimea vectorială

$$\mathbf{J}_v = \rho_v \, \mathbf{v}, \quad (3.41)$$

al cărei flux prin suprafața deschisă S_Γ este curentul de convecție i_v, se numeşte *densitate a curentului de convecție* (prin analogie cu densitatea curentului de conducție **J**):

$$i_v = \iint_{S_\Gamma} \mathbf{J}_v \, \mathbf{n} \, dA. \quad (3.42)$$

Se observă că pentru $0 < (\widehat{\mathbf{n}\,\mathbf{v}}) < \frac{\pi}{2}$, curentul de convecție este pozitiv $i_v > 0$ dacă $\rho_v > 0$ şi este negativ $i_v < 0$ dacă $\rho_v < 0$.

Dacă sarcina electrică este distribuită pe o suprafață S aflată în mişcare, se defineşte mărimea derivată *densitate a pânzei curentului de convecție* $\mathbf{J}_{lv}$, prin analogie cu densitatea pânzei curentului de conducție **J**, curentul de convecție al pânzei fiind:

$$i_v = \int_C \mathbf{J}_{lv} \, \mathbf{ds}. \quad (3.43)$$

3.5. TEOREMA CONTINUITĂȚII LINIILOR DE CURENT ÎN REGIM STAȚIONAR

Regimul electrocinetic este caracterizat printr-o densitate de curent **J** diferită de zero şi invariabilă în timp în fiecare punct din interiorul unui conductor. Fie o suprafață închisă Σ care înconjoară o porțiune a unui conductor parcurs de curent electric de conducție şi care îl intersectează transversal după secțiunile S_1 şi S_2 (fig. 3.13). Suprafața laterală S aparține numai dielectricului şi deci în toate punctele sale **J** = 0. Fluxul vectorului **J** prin suprafața închisă Σ exprimă viteza cu care sarcinile părăsesc volumul delimitat de suprafața Σ şi va fi pozitiv dacă purtătorii de sarcini pozitive ies din volum sau dacă purtătorii de sarcini negative intră în volumul respectiv.

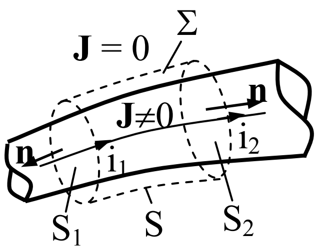

Fig. 3.13

În cazul regimului electrocinetic, repartiția sarcinilor pe conductoare trebuie să fie staționară, adică în fiecare element de volum al conductorului, în orice moment, se află acelaşi număr de purtători de sarcină electrică şi prin urmare aceeaşi sarcină electrică. Rezultă că sarcina electrică care intră în orice element de volum al conductorului, într-un interval de timp oarecare, trebuie să fie egală cu sarcina electrică care iese din acest element de volum în acelaşi interval de timp. Prin urmare, pentru o distribuție a curenților independentă de timp, fluxul vectorului densitate de curent **J** prin suprafața închisă Σ trebuie să fie nulă:

$$\oint\!\!\!\oint_{\Sigma} \mathbf{J}\,\mathbf{dA} = 0\,. \tag{3.44}$$

Relația (3.44) constituie *forma integrală a teoremei continuității liniilor de curent în regim staționar*. Aplicând suprafeței Σ teorema continuității liniilor de curent (3.44), se obține:

$$\oint\!\!\!\oint_{\Sigma} \mathbf{J}\,\mathbf{dA} = \iint_{S_1} \mathbf{J}\,\mathbf{dA} + \iint_{S_2} \mathbf{J}\,\mathbf{dA} = -i_1 + i_2 = 0\,, \tag{3.45}$$

sau

$$i_1 = i_2\,, \tag{3.46}$$

ceea ce arată că intensitatea curentului electric de conducție este aceeaşi în orice secțiune a conductorului.

Aplicând relației (3.44) teorema divergenței, se obține forma locală a teoremei continuității liniilor de curent în regim staționar:

$$\mathrm{div}\,\mathbf{J} = 0. \tag{3.47}$$

Rezultă că densitatea de curent este un vector solenoidal, deci liniile sale de câmp (liniile de curent) sunt curbe închise. Din acest motiv, relația (3.47) este cunoscută şi sub numele de *teorema continuității liniilor de curent*.

Relația (3.47) este valabilă numai în domeniile în care **J** este funcție continuă de punct. Fie S_d o suprafață de discontinuitate a densității curentului electric de conducție care separă domeniile 1 şi 2 în care densitățile curentului electric de conducție $\mathbf{J}_1$ şi $\mathbf{J}_2$ sunt funcții continue de punct (fig. 3.14). Se consideră cilindrul elementar a cărui generatoare Δh este normală pe S_d şi fie $\mathbf{n}_1$ şi $\mathbf{n}_2$ versorii fețelor cilindrului orientați din interiorul acestuia spre exterior. La limită, pentru $\Delta h \to 0$, fluxul elementar al vectorului densitate de curent prin suprafața cilindrului corespunde exclusiv celor două fețe şi relația (3.44) se scrie sub forma:

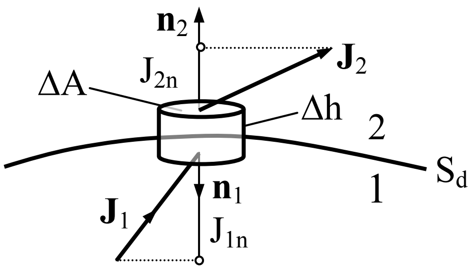

Fig. 3.14

$$\left(\mathbf{J}_1\,\mathbf{n}_1 + \mathbf{D}_2\,\mathbf{n}_2\right)\Delta A = 0\,, \tag{3.48}$$

sau

$$J_{1n} = J_{2n}, \tag{3.49}$$

adică la trecerea dintr-un mediu conductor în alt mediu conductor, componentele normale ale densității curentului electric de conducție se conservă.

Dacă mediul 2 este dielectric, $J_{2n} = 0$ şi deci şi $J_{1n} = 0$, adică vectorul densitate de curent în punctele de pe suprafața conductorului nu are componentă normală, prin urmare este tangent la suprafața conductorului.

3.6. TEOREMA POTENȚIALULUI ELECTRIC STAȚIONAR

Se consideră elementul galvanic din figura 3.5. Datorită sarcinilor de pe electrozi, în exterior, între cei doi electrozi există un câmp coulombian $\mathbf{E}_c$. După cum se ştie, circulația intensității câmpului coulombian nu depinde de drumul de integrare şi este egală cu diferența potențialelor celor doi electrozi,

$$\int_{AmB} \mathbf{E}_c \mathbf{ds} = \int_{AnB} \mathbf{E}_c \mathbf{ds} = V_A - V_B\,. \tag{3.50}$$

În acest caz, diferența de potențial este acelaşi lucru cu tensiunea la bornele elementului galvanic, notată cu $U_{bAB,}$

$$\int_{AmB} \mathbf{E}_c \mathbf{ds} = \int_{AnB} \mathbf{E}_c \mathbf{ds} = V_A - V_B = U_{bAB}\,. \tag{3.51}$$

În interiorul elementului galvanic fiind îndeplinită condiția de echilibru electrostatic (3.3),

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_c + \mathbf{E}_i = 0, \tag{3.52}$$

sau

$$\mathbf{E}_c = -\mathbf{E}_i, \tag{3.53}$$

rezultă că tensiunea electromotoare a elementului galvanic este:

$$U_e = \int_{BnA} \mathbf{E}_i \mathbf{ds} = -\int_{BnA} \mathbf{E}_c \mathbf{ds} = \int_{AnB} \mathbf{E}_c \mathbf{ds} = \int_{AmB} \mathbf{E}_c \mathbf{ds} = V_A - V_B\,. \tag{3.54}$$

Prin urmare, dacă circuitul exterior este deschis (nu există curent electric de conducție), tensiunea electromotoare a elementului galvanic este egală cu diferența de potențial sau, ceea ce în cazul de față este acelaşi lucru cu tensiunea la bornele elementului.

Ținând seama de faptul că pe drumul AmB, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_c$, iar pe drumul BnA, este îndeplinită condiția de echilibru electrostatic $\mathbf{E} = \mathbf{E}_c + \mathbf{E}_i = 0$, scriind integrala de linie a vectorului $\mathbf{E} = \mathbf{E}_c + \mathbf{E}_i$ în lungul curbei închise Γ = AmBnA, care trece şi prin interiorul elementului galvanic, se obține:

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E}\,\mathbf{ds} = \int_{AmB} \mathbf{E}\,\mathbf{ds} + \int_{BnA} \mathbf{E}\,\mathbf{ds} = \int_{AmB} \mathbf{E}_c\,\mathbf{ds} = V_A - V_B = U_e \neq 0\,. \tag{3.55}$$

Dacă conturul închis Γ nu trece prin interiorul elementului galvanic, atunci este îndeplinită condiția:

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E}\,\mathbf{ds} = 0\,. \tag{3.56}$$

Regimul electrostatic este caracterizat prin aceea că în fiecare punct din conductor densitatea curentului electric de conducție este nulă. Spre deosebire de regimul electrostatic, regimul electrocinetic este caracterizat printr-o densitate de curent diferită de zero şi invariabilă în timp în fiecare punct din interiorul unui conductor. În cazul regimului electrocinetic, în fiecare porțiune a unui tub de linii de curent se află acelaşi număr de purtători de sarcină electrică şi prin urmare aceeaşi sarcină electrică (sarcina electrică care intră în orice element de volum al conductorului, într-un interval de timp oarecare, trebuie să fie egală cu sarcina electrică care iese din acest element de volum în acelaşi interval de timp). Deoarece, cu tot caracterul nestatic al regimului electrocinetic, repartiția sarcinilor şi repartiția curenților electrici rămân neschimbate în timp, intensitatea câmpului electric poate avea numai o componentă coulombiană $\mathbf{E}_c$ şi o componentă imprimată $\mathbf{E}_i$. Câmpul electric al sarcinilor cu repartizare staționară este însă identic cu câmpul electrostatic al sarcinilor fixe. De aceea, în domeniul în care nu există câmp electric imprimat, câmpul electric al curenților continui, în mod analog cu câmpul electrostatic, este un câmp potențial. În acest câmp, pentru orice contur închis care nu conține câmp imprimat $\mathbf{E}_i = 0$, este valabilă relația (3.56), sau

$$\text{rot}\,\mathbf{E} = 0. \tag{3.57}$$

Relațiile (3.56) și (3.57) constituie teorema potențialului electric staționar sub formă integrală, respectiv locală. Pe suprafețe de discontinuitate, componentele tangențiale ale intensității câmpului electric se conservă (v. par. 2.12.6, relația 2.174):

$$E_{1t} = E_{2t}. \tag{3.58}$$

Din teorema potențialului electric staționar rezultă în mod asemănător ca în cazul teoremei potențialului electrostatic următoarele consecințe:

- tensiunea electrică între două puncte P_1 și P_2 nu depinde de forma curbei între cele două puncte și este egală cu diferența potențialelor punctelor:

$$\int_{P_1}^{P_2} \mathbf{E}\,\mathbf{ds} = U_{P_1P_2} = V_{P_1} - V_{P_2}; \tag{3.59}$$

- din relația (3.57) rezultă că intensitatea câmpului electric staționar derivă dintr-un potențial:

$$\mathbf{E} = -\,\mathrm{grad}\ V, \tag{3.60}$$

unde potențialul electric într-un punct P are o expresie similară cu (2.148):

$$V_P = V_{P_0} - \int_{P_0}^{P} \mathbf{E}\,\mathbf{ds}. \tag{3.61}$$

3.7. RELAȚIA LUI OHM ÎN REGIM STAȚIONAR

3.7.1. Forma integrală a relației lui Ohm

Se consideră un conductor de prima speță, din material liniar, izotrop și omogen, având lungimea ℓ, presupusă mult mai mare decât aria secțiunii transversale A. Conectând conductorul la bornele unui element galvanic (fig. 3.15), se produc succesiv următoarele fenomene. Un număr de electroni trec de la electrodul de zinc prin legătura exterioară la electrodul de cupru formând deci un curent electric. Echilibrul din stratul electric dublu al celor doi electrozi se strică. Ca urmare, electrodul de zinc degajă în soluție ioni de Zn^{2+}, iar cel de cupru ioni Cu^{2+}. Apare din nou o diferență între sarcinile electrice ale electrozilor. Din nou un număr de electroni trece de la electrodul de zinc la cel de cupru și fenomenele se repetă. Prin urmare, se constată că prin circuitul închis, format din elementul galvanic și conductorul conectat la bornele acestuia, trece un curent electric de conducție, constant în timp, numit curent continuu. În

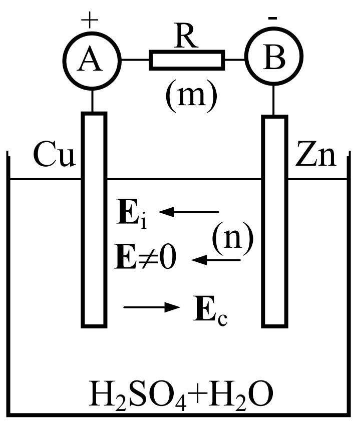

Fig. 3.15

urma procesului descris, electrodul de zinc se dizolvă, iar ionii Cu^{2+} se depun pe electrodul de cupru producând cupru metalic.

Se măsoară intensitatea curentului I şi tensiunea electrică U în lungul conductorului şi se constată că tensiunea electrică este egală cu produsul dintre intensitatea curentului şi o mărime constantă, caracteristică materialului, numită *rezistență electrică a conductorului* şi notată cu R:

$$U = R\,I\,. \tag{3.62}$$

De asemenea, se constată că rezistența electrică este direct proporțională cu lungimea ℓ şi invers proporțională cu aria secțiunii transversale A,

$$R = \rho\,\frac{\ell}{A}, \tag{3.63}$$

unde ρ este o mărime scalară şi pozitivă, specifică materialului conductorului, numită *rezistivitate electrică*.

Relația (3.62) constituie *forma integrală a relației lui Ohm în regim staționar*.

Unitatea S.I. de rezistență electrică se numeşte *ohm* (Ω) şi este egală cu rezistența electrică a unui conductor izotrop, liniar şi omogen care sub tensiunea de un volt este parcurs de un curent de un amper.

Relația (3.62) se poate scrie sub forma:

$$I = \frac{U}{R} = G\,U, \tag{3.64}$$

unde mărimea de material G egală cu inversa rezistenței se numeşte *conductanță electrică a conductorului*.

Unitatea S.I. de conductanță electrică se numeşte *siemens* (S) şi este egală cu conductanța electrică a unui conductor drept, izotrop, liniar şi omogen, prin care un curent de un amper produce o tensiune (o cădere de tensiune) de un volt.

Din relațiile (3.63) şi (3.64) rezultă:

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\rho}\frac{A}{\ell} = \sigma\frac{A}{\ell}. \tag{3.65}$$

În relația (3.65), mărimea scalară şi pozitivă egală cu inversa rezistivității,

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \tag{3.66}$$

se numeşte *conductivitate electrică*.

Din relațiile (3.63) şi (3.66) rezultă unitățile de măsură în S.I. pentru rezistivitatea electrică ($\Omega \cdot m$), respectiv conductivitatea electrică ($\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$).

3.7.2. Forma locală a relației lui Ohm

Considerăm că la bornele elementului galvanic este conectată o bară cilindrică dreaptă dintr-un material izotrop, liniar şi omogen de lungime ℓ şi arie a secțiunii A, parcursă de curent continuu (fig. 3.16). Bara fiind realizată dintr-un material omogen, nu este sediul unui câmp electric imprimat. Raportul dintre intensitatea curentului I şi aria A este egal cu densitatea de curent

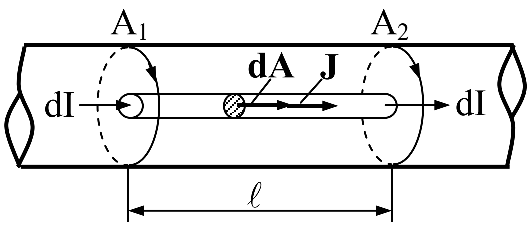

Fig. 3.16

$$J = \frac{I}{A} \tag{3.67}$$

considerată ca vector în sensul de referință al curentului, liniile de curent fiind paralele cu generatoarea cilindrului. Dacă se consideră bara divizată într-o infinitate de conductoare filiforme de lungime ℓ şi arie a secțiunii dA, fiecare dintre ele este parcursă de curentul:

$$dI = J\,dA \tag{3.68}$$

şi are rezistența

$$dR = \rho\frac{\ell}{dA}. \tag{3.69}$$

Tensiunea în lungul oricăruia dintre conductoarele filiforme este aceeaşi, egală cu integrala de linie a intensității câmpului electric:

$$U = \int_0^\ell \mathbf{E}\,\mathbf{ds} = E\ell\,, \tag{3.70}$$

unde E este intensitatea câmpului electric în lungul firului.

Între două puncte situate pe un contur al secțiunii transversale, tensiunea electrică este nulă, deoarece în caz contrar, în conformitate cu relația lui Ohm ar trebui să existe un curent transversal şi deci o componentă transversală a densității de curent. Deoarece densitatea de curent este longitudinală, rezultă că pentru oricare dintre fire câmpul electric este orientat longitudinal şi prin urmare $\mathbf{E} \uparrow\uparrow \mathbf{J}$. Fiecare dintre fire satisface relația lui Ohm,

$$U = dR dI = \rho\frac{\ell}{dA} J dA = \rho\ell J \tag{3.71}$$

şi ținând seama de relația (3.70), se obține

$$E\ell = \rho\ell J\,, \tag{3.72}$$

sau

$$\mathbf{E} = \rho\mathbf{J}\ ;\ \mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}\,. \tag{3.73}$$

Relațiile (3.73) constituie *formele locale ale relațiilor lui Ohm în regim staționar pentru conductoare liniare, izotrope şi omogene*.

Deoarece rezistivitatea mediului prin care circulă curentul în interiorul sursei (fig. 3.15) este diferită de zero, înseamnă că şi intensitatea câmpului rezultant **E** din interiorul sursei este diferită de zero şi este proporțională cu densitatea de curent, conform relației (3.73), $\mathbf{E} = \rho\mathbf{J}$. În interiorul sursei câmpul rezultant are direcția liniilor de curent, adică de la electrodul negativ către cel pozitiv. În interiorul sursei, câmpul rezultant de intensitate **E** se obține din suprapunerea a două câmpuri: câmpul coulombian de intensitate $\mathbf{E}_c$ stabilit de sarcinile electrice de pe electrozi şi câmpul imprimat de intensitate $\mathbf{E}_i$, de natură neelectrică:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_c + \mathbf{E}_i = \rho\mathbf{J}. \tag{3.74}$$

Relația (3.74) constituie *forma locală a relației lui Ohm în regim staționar pentru conductoare liniare, izotrope şi neomogene*.

3.8. TEOREMA REFRACȚIEI LINIILOR DE CÂMP ELECTRIC

Se consideră o suprafață de separație a două medii conductoare de conductivități σ_1 şi σ_2 (fig. 3.17, a). Din relațiile (3.49) şi (3.73) se obține:

$$\sigma_1 E_{1n} = \sigma_2 E_{2n}. \tag{3.75}$$

Din relațiile (3.58) şi (3.75) se obține teorema de refracție a liniilor de câmp electric, respectiv densității de curent pe suprafața de discontinuitate a două medii conductoare (fig. 3.17, a):

$$\frac{\mathrm{tg}\alpha_1}{\mathrm{tg}\alpha_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}. \tag{3.76}$$

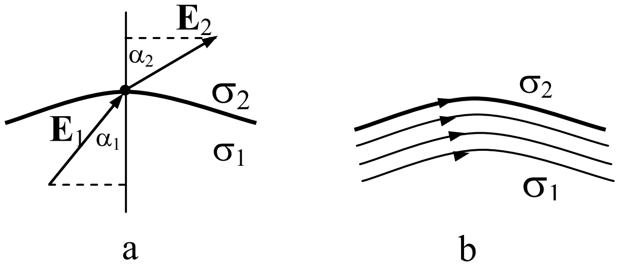

Fig. 3.17

Dacă mediul 2 este dielectric ($\sigma_2 = 0$, $J_2 = 0$), din relația (3.76) rezultă $\alpha_1 = \pi/2$; prin urmare, în conductorul 1 câmpul electric şi densitatea de curent sunt tangențiale (fig. 3.17, b).

3.9. RELAȚIA JOULE – LENZ ÎN REGIM STAȚIONAR

3.9.1. Forma integrală a relației Joule – Lenz în regim staționar

Se consideră un conductor drept de prima speță, liniar, izotrop şi omogen de lungime ℓ şi arie a secțiunii transversale A, parcurs de curent continuu. Experimental se constată că trecerea curentului electric prin conductor este însoțită de dezvoltare de căldură. Cantitatea de căldură Q dezvoltată este proporțională cu tensiunea U la bornele conductorului, cu intensitatea curentului I şi cu timpul t:

$$Q = \alpha \cdot U \cdot I \cdot t, \tag{3.77}$$

unde α este factor de proporționalitate care depinde de unitățile de măsură adoptate. În sistemul de unități S.I. factorul α este egal cu unitatea şi relația (3.77) devine:

$$Q = U \cdot I \cdot t, \quad \text{(J)}. \tag{3.78}$$

Fenomenul dezvoltării de căldură în conductoarele parcurse de curent electric de conducție se numeşte *efect electrocaloric*, respectiv *efect Joule-Lenz*.

Căldura dezvoltată în unitatea de timp prin efect Joule-Lenz reprezintă *puterea dezvoltată prin efect electrocaloric*,

$$P_J = \frac{Q}{t} = U \cdot I\ . \tag{3.79}$$

Ținând seama de relațiile lui Ohm sub formă integrală (3.62 şi 3.64), rezultă:

$$P_J = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = G \cdot U^2 = \frac{I^2}{G} = RI^2\,. \tag{3.80}$$

Din proporționalitatea puterii P_J cu pătratul curentului rezultă că efectul electrocaloric este un *fenomen ireversibil* şi nu depinde de polaritatea tensiunii la bornele conductorului.

3.9.2. Forma locală a relației Joule – Lenz în regim staționar

Considerăm conductorul parcurs de curentul continuu I, divizat în conductoare filiforme de arie dA şi lungime ℓ, fiecare din ele parcurse de curentul elementar $dI = JdA$. Puterea dezvoltată prin efect electrocaloric în fiecare fir este:

$$dP_J = U\,dI = E\,\ell\,J\,dA = J\,E\,\ell\,dA = J\,E\,dv\,, \tag{3.81}$$

unde $dv = \ell\,dA$ este elementul de volum al firului.

Puterea dezvoltată prin efect electrocaloric pe unitatea de volum

$$p_J = \frac{dP_J}{dv} = J\,E = \mathbf{J}\,\mathbf{E} \tag{3.82}$$

este numită *densitate de volum a puterii*.

Relația (3.82) constituie *forma locală a relației efectului electrocaloric în regim staționar*. Ținând seama de relațiile (3.73), relația (3.82) devine:

$$p_J = \rho \mathbf{J}^2 = \sigma \mathbf{E}^2 . \tag{3.83}$$

3.10. REPREZENTAREA ELECTROSTATICĂ A CÂMPULUI ELECTRIC STAȚIONAR

Se consideră un tub de câmp electrostatic în dielectricul omogen, liniar şi izotrop de permitivitate constantă ε, delimitat de două porțiuni din suprafețele a două conductoare A_1 şi A_2 (fig. 3.18, a) cărora le corespund arii corespondente. Pe suprafețele conductoarelor intensitatea câmpului electrostatic este normală, iar în interiorul tubului, sunt satisfăcute ecuațiile:

$$\text{rot}\,\mathbf{E} = 0 \text{ sau } \mathbf{E} = -\,\text{grad}\,V; \tag{3.84}$$

$$\text{div}\,\mathbf{D} = 0; \tag{3.85}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon\,\mathbf{E}, \tag{3.86}$$

la care se poate adăuga şi teorema fluxului electric,

$$q_\Sigma = \oint\!\!\!\oint_\Sigma \mathbf{D}\,d\mathbf{A} . \tag{3.87}$$

Din relațiile (3.84) şi (3.85) rezultă că în interiorul tubului, potențialul

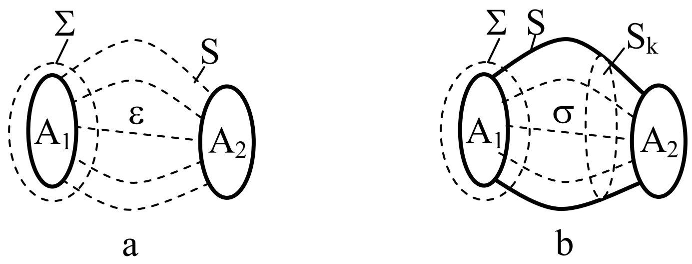

Fig. 3.18

electrostatic satisface ecuația lui Laplace $\Delta V = 0$.

Capacitatea condensatorului alcătuit din cele două conductoare A_1 şi A_2 având potențialele V_1 şi V_2 este:

$$C = \frac{q_\Sigma}{V_1 - V_2} = \frac{\oint\!\!\!\oint_\Sigma \mathbf{D}\,d\mathbf{A}}{V_1 - V_2} = \frac{\varepsilon \oint\!\!\!\oint_\Sigma \mathbf{E}\,d\mathbf{A}}{V_1 - V_2} . \tag{3.88}$$

Considerăm că aceeaşi configurație geometrică reprezintă electrozii A_1 şi A_2, de conductivitate electrică foarte mare ($\sigma \to \infty$), prin intermediul cărora curentul electric este adus la conductorul masiv de conductivitate finită şi nenulă σ, delimitat de suprafață laterală S (fig. 3.18, b). În interiorul domeniului ocupat de conductorul masiv sunt valabile ecuațiile câmpului electrocinetic staționar:

$$\text{rot } \mathbf{E} = 0 \text{ sau } \mathbf{E} = -\text{ grad } V, \tag{3.89}$$

$$\text{div } \mathbf{J} = 0, \tag{3.90}$$

$$\mathbf{J} = \sigma\, \mathbf{E}, \tag{3.91}$$

la care se poate adăuga şi relaţia:

$$I_\Sigma = \oiint_\Sigma \mathbf{J}\, \mathbf{dA}\,. \tag{3.92}$$

Rezistenţa electrică a conductorului masiv dintre electrozi este:

$$R = \frac{U_{12}}{I} = \frac{V_1 - V_2}{\iint_{S_k} \mathbf{J}\, \mathbf{dA}} = \frac{V_1 - V_2}{\sigma \iint_{S_k} \mathbf{E}\, \mathbf{dA}}, \tag{3.93}$$

unde V_1 şi V_2 sunt potenţialele celor doi electrozi.

Tabelul 3.1

Mărimi de câmp electrostatic	Mărimi de câmp electrocinetic
$\mathbf{D}$	$\mathbf{J}$
$\mathbf{E}$	$\mathbf{E}$
ε	σ
$q_\Sigma = \oiint_\Sigma \mathbf{D}\, \mathbf{dA}$	$I_\Sigma = \oiint_\Sigma \mathbf{J}\, \mathbf{dA}$
$U_{12} = \int_1^2 \mathbf{E}\, \mathbf{dl}$	$U_{12} = \int_1^2 \mathbf{E}\, \mathbf{dl}$
$C = \frac{q}{U_{12}}$	$G = \frac{I}{U_{12}} = \frac{1}{R}$

Din relaţiile (3.89) şi (3.90) rezultă că potenţialul electrocinetic V satisface ecuaţia lui Laplace, $\Delta V = 0$.

Pe suprafeţele echipotenţiale ale electrozilor, densitatea de curent este normală şi deci liniile de câmp din configuraţia de câmp electrostatic sunt identice cu liniile de câmp electric staţionar, respectiv cu liniile densităţii de curent din configuraţia de câmp electrocinetic. Rezultă că pentru aceeaşi configuraţie geometrică, se obţine o reprezentare electrostatică a câmpului electric staţionar, corespondenţa duală între mărimile electrostatice şi cele electrocinetice fiind prezentată în tabelul 3.1.

Aplicaţie. *Calculul rezistenţei de izolaţie a unui cablu*. În figura 3.19 este reprezentată o secţiune transversală prin cablu. Datorită imperfecţiunii izolaţiei, în cablu apare un curent de scurgere. Liniile intensităţii câmpului electric şi liniile de curent de scurgere în izolaţie sunt radiale. Fie o suprafaţă cilindrică, coaxială cu cele două conductoare, trasată în interiorul izolaţiei, de rază r şi lungime ℓ. Intensitatea curentului de scurgere în izolaţie este:

$$I = 2\pi r \ell J, \tag{3.94}$$

unde J este densitatea curentului de scurgere în izolație.
Din relația (3.91) se determină intensitatea câmpului electric în interiorul izolației:

$$E = \frac{J}{\sigma} = \frac{I}{2\pi r \ell \sigma}. \tag{3.95}$$

Tensiunea dintre cele două conductoare ale cablului se calculează efectuând

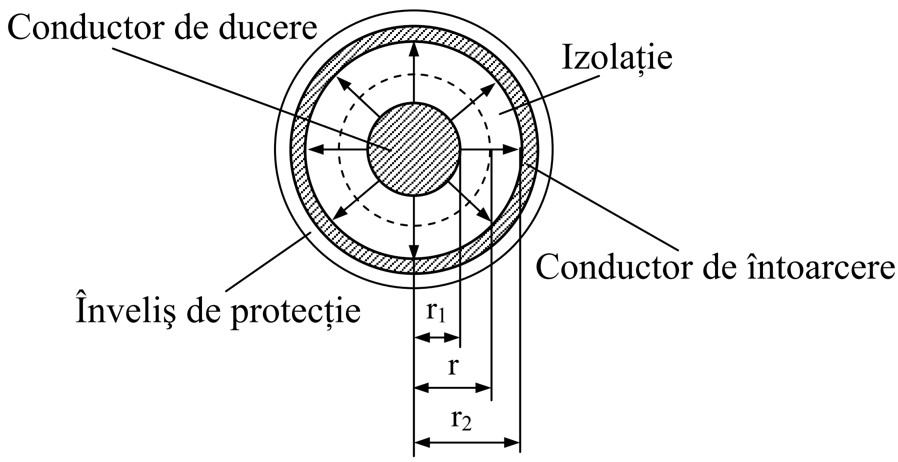

Fig. 3.19

integrala intensității câmpului electric de-a lungul liniei de câmp:

$$U = \int_{r_1}^{r_2} E\,dr = \frac{I}{2\pi \ell \sigma} \ln\frac{r_2}{r_1}. \tag{3.96}$$

Rezultă rezistența R şi conductanța G a izolației cablului:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1}{2\pi \ell \sigma} \ln\frac{r_2}{r_1}; \quad G = \frac{1}{R} = \frac{2\pi \sigma \ell}{\ln\frac{r_2}{r_1}}. \tag{3.97}$$

Relația (3.97) a conductanței se poate obține direct utilizând analogia prezentată la paragraful 3.9. În acest sens, în expresia capacității cablului (2.207),

$$C = \frac{2\pi \varepsilon \ell}{\ln\frac{r_e}{r_i}}. \tag{3.98}$$

se înlocuieşte ε cu σ şi se obține relația (3.97).

3.11. RELAȚIILE FUNDAMENTALE ALE CÂMPULUI ELECTRIC STAȚIONAR

În cadrul acestui paragraf se reiau unele rezultate obţinute în paragrafele precedente şi care constituie relaţiile fundamentale ale câmpului electric staţionar. Aceste relaţii sunt:

- relaţia lui Ohm (3.73),

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}, \tag{3.99}$$

- relaţia Joule – Lenz (3.83),

$$p_J = \mathbf{J}\,\mathbf{E}; \tag{3.100}$$

- teorema potenţialului electric staţionar, sub formă integrală (3.56),

$$\oint_\Gamma \mathbf{E}\,\mathbf{ds} = 0, \tag{3.101}$$

respectiv locală (3.57):

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = 0; \tag{3.102}$$

- consecinţă a teoremei potenţialului electric staţionar (3.60),

$$\mathbf{E} = -\,\mathrm{grad}V, \tag{3.103}$$

unde V este potenţialul electric staţionar;
- teorema continuităţii liniilor de curent (3.47),

$$\mathrm{div}\mathbf{J} = 0. \tag{3.104}$$

Ţinând seama de relaţia (3.99), forma locală a teoremei continuităţii liniilor de curent pentru medii conductoare liniare şi omogene în regim staţionar (3.104) devine:

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = 0. \tag{3.105}$$

În conformitate cu relaţia (3.103), potenţialul electric V satisface ecuaţia lui Laplace:

$$\Delta V = 0. \tag{3.106}$$

Spre deosebire de potenţialul electrostatic care satisface de asemenea ecuaţia lui Laplace în dielectricii neîncărcaţi cu sarcină electrică, condiţiile pe frontieră sunt însă diferite. În problema electrostatică, suprafaţa conductorului este echipotenţială şi câmpul electric are numai componentă normală. În regim electrocinetic suprafaţa conductorului nu mai este echipotenţială, deoarece în conductoare parcurse de curent electric de conducţie intensitatea câmpului electric este diferită de zero, iar componenta tangenţială a câmpului electric rămâne aceeaşi la trecerea de la un mediu la altul. Aceasta face

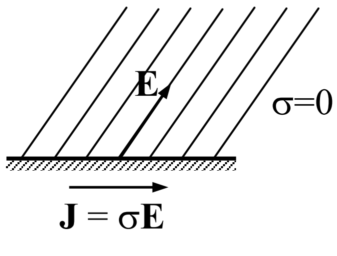

Fig. 3.20

ca liniile de câmp electric să fie înclinate faţă de normală (fig. 3.20). Din acest motiv, în regim electrocinetic, V se mai numeşte *potenţial electric staţionar* sau *potenţial electrocinetic*.

În concordanţă cu teorema potenţialului electric staţionar, câmpul electrocinetic este un câmp potenţial şi potenţialul electric staţionar V satisface ecuaţia lui Laplace, $\Delta V = 0$, cu anumite condiţii pe frontieră. Condiţiile pe frontieră pot fi:

- *de tip Dirichlet* sau *de prima speţă*, dacă se prescriu pe frontieră valorile potenţialului V(P), $P \in \Sigma$;
- *de tip Neumann* sau *de a doua speţă*, dacă se prescriu valorile componentei normale a gradientului de potenţial **n**gradV, $P \in \Sigma$;
- *de tip Robin* sau *de a treia speţă*, dacă în fiecare punct de pe frontieră este dată o relaţie liniară în raport cu V(P) şi **n**gradV,

$$a(P)V(P) + b(P)\frac{\partial V}{\partial n} = c(P),\ P \in \Sigma, \tag{3.107}$$

unde a(P), b(P) şi c(P) sunt funcţii de punct definite pe frontiera Σ şi nenule.

Calculul câmpurilor electrice staţionare constă deci în calculul unor câmpuri potenţiale. Ca urmare, pot fi utilizate metodele de calcul ale câmpului electrostatic (v. par. 2.16).